

文章编号:1673-9469(2022)04-0049-07

DOI:10.3969/j.issn.1673-9469.2022.04.007

不同固化剂含量改良砂土力学特性数值模拟

郭伟超, 祁长青*, 李青朋, 甘飞飞

(河海大学 地球科学与工程学院, 江苏 南京 211100)

摘要: 对不同固化剂含量条件下的改良砂土进行室内无侧限单轴压缩试验, 利用颗粒流数值模拟软件建立对应数值模型并进行数值模拟试验。通过研究不同固化剂含量下试样在不同加载阶段的微观破坏机理, 发现固化剂的含量显著影响试样的抗压强度、抵抗变形能力以及试样破坏的宏观模式。随着固化剂含量的增加, 试样的峰值强度、弹性模量均增大, 而峰值应变减少。根据微观裂隙、接触力链及颗粒位移场的发育演化过程可以看出, 随着固化剂含量增多, 试样容易出现应力集中现象, 发生局部破坏, 破坏面由整体贯穿逐渐变为局部压碎破坏, 破裂后力链弯曲程度由大逐渐变小, 颗粒位移方向由紊乱分散逐渐均匀有序, 试样的破坏模式由拉剪复合型破坏为主过渡到剪切破坏为主。

关键词: PFC; 固化剂; 砂土; 无侧限压缩; 微观裂隙; 颗粒位移场

中图分类号: P642.5

文献标识码: A

Numerical Simulation of Mechanical Properties of Sand Improved by Different Content of Curing Agent

GUO Weichao, QI Changqing*, LI Qingpeng, GAN Feifei

(School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 211100, China)

Abstract: The unconfined uniaxial compression test of the improved sand under different curing agent contents was carried out in laboratory. The corresponding numerical model was established by using a particle flow numerical simulation software and the numerical simulation test was carried out. In this paper, the microscopic failure mechanism of specimens under different curing agent contents in different loading stages is studied, and it is found that the content of curing agent significantly affects the compressive strength, deformation resistance and macroscopic failure mode of specimens. With the increase of the curing agent content, the peak strength and the elastic modulus increase, while the peak strain decreases. According to the development of the micro cracks, the contact force chain and the particles displacement field evolution process, it can be seen that as the curing agent content increases, specimens are prone to exhibit stress concentration and local failure and gradually develop from the overall failure into local crushing damage. Meanwhile, the bending degree of force chain decreases gradually after fracture and the displacement direction by disorder gradually disperses evenly and orderly, while the failure mode of sample changes from shear failure to tension failure.

Key words: PFC; curing agent; sand; unconfined compression; microscopic crack; particle displacement field

土体加固技术自20世纪40年代发展至今, 已成为一门综合性的交叉学科。早期采用石灰和水

泥来加固土壤, 但容易开裂, 加固效果较差^[1]。高分子固化剂作为一种新型环保的土体加固材料,

收稿日期: 2022-05-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41877212)

作者简介: 郭伟超(1995-), 男, 河南新乡人, 硕士研究生, 从事地质工程数值模拟方面的研究。

* 通讯作者: 祁长青(1979-), 男, 江苏徐州人, 博士, 教授, 从事岩土工程和地质工程的教学和科研工作。

具有固化效果稳定、可塑性强、污染小等优点,应用前景广阔^[2]。有研究发现合成聚合物类固化剂通过黏结和缩小颗粒间距固化土体,对土壤的固化效果取决于固化剂溶液对土壤颗粒的均匀渗透能力,因此更适用于砂土等粗粒土^[3-4]。刘瑾等人^[5-8]研究固化剂对砂土物理性能的影响,以及温度对两者的影响。各类固化剂成分多样,作用机理差异巨大,应用场景复杂多变,但目前的研究往往更侧重于固化剂的应用,对于一些应用效果难以从微观层次解释,对于各类固化剂的优缺点尚不明确^[9],对于加固砂土的细观破坏演化过程缺乏研究^[10]。加固砂土的破坏过程属于大变形非连续问题,固化剂的加固效果可以被看作是砂土颗粒之间的胶结物的黏聚力的大小问题^[11-13],利用离散元方法可以较好地模拟大量颗粒的集合体及其整体力学特性,建立宏观和微观土力学之间的联系,以及散粒体系统和连续体之间的变形联系^[14-15]。本文利用聚氨酯型固化剂加固砂土,进行不同含量固化剂改良砂土试样的室内无侧限抗压试验,采用颗粒流数值模拟软件 PFC 对颗粒胶结进行无侧限抗压数值试验,探讨了固化胶结颗粒的微观加固机理与宏观力学特性的联系,通过微观角度观察、验证胶结模型的变形破坏过程,对于颗粒流数值模拟方法在固化剂加固非粘性土的应用研究中起到重要作用。

1 建模与参数标定

利用不同含量的聚氨酯型固化剂加固砂土,进行无侧限抗压室内试验,得到不同固化剂含量下的砂土的力学参数。其中固化剂含量为 1%、2% 和 3% 试样的破坏模式见图 1,由图 1 可以看出,室内试验的试样在压缩下会逐渐胀大直至剪切破坏,随着固化剂含量的升高,试样破坏模式由整体贯穿破坏变为局部压碎破坏,表现出明显的脆性破坏特征,说明固化剂增强了试样抵抗破坏变形和可恢复变形的能力。但宏观力学试验无法准确获知试样的微观力学特性演化规律,也无法准确捕捉试样宏观裂隙的形成和试样的破裂过程,因此对试样破坏机理缺乏深入的了解,而在这些方面,细观数值模拟技术可以作为有益的补充。

在数值实验中,通过改变固化剂含量,研究其对于试样峰值强度、峰值应变、弹性模量的影响,并与室内试验对比分析。需要指出的是,与数值模拟试样的均匀分布不同,室内试验试样受到制

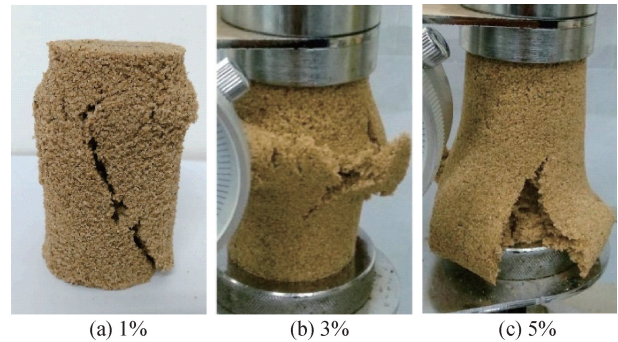


图 1 不同固化剂含量下室内试验宏观破坏图
Fig. 1 Macro damage of indoor test under different curing agent contents

样、养护环境的影响,试样外部含水率低于内部,从而使得其外部强度相对较高,同时由于室内试验是三维圆柱形试样,而本文采用等效的二维模型,其受力情况与实际有所差异,导致两者的模拟结果略有偏差。

1.1 建立数值模型

利用颗粒流数值计算软件 PFC2D,建立固化剂加固砂土的无侧限抗压试验数值模型,接触模型采用线性平行黏结模型 (Linear Parallel Bond Model)。初始颗粒模型与室内试验模型尺寸一致,高 8 cm,宽 4 cm,生成颗粒 3 602 个,初始颗粒模型见图 2。制样完成后对试样进行无侧限单轴压缩,对加载过程进行伺服控制。当监测应力达到峰值应力后并降到峰值的 70% 时停止加载。

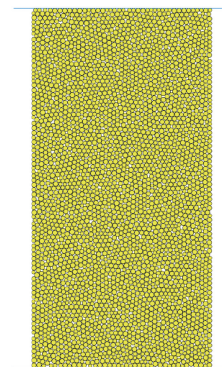


图 2 初始颗粒模型
Fig. 2 The initial particle model

1.2 参数标定

颗粒的基本几何参数和表面力学参数可以根据室内试验的基本宏观参数确定,而颗粒接触的类型与力学参数如弹性模量、泊松比等,则无法根据宏观参数直接获得,必须通过试算找到规律,建

立模型微观参数与宏观力学参数的关系,才能确定具体的模型微观参数。

根据前人资料^[12],线性平行黏结模型包括平行黏结和线性黏结两部分,无论受压还是受拉,平行黏结部分均会生效,而线性接触部分仅在平行黏结部分破坏后的受压情况下才会生效。因此平行黏结有效模量(Pb-emod)与线性接触有效模量(Emod)一般取值相同,而刚度比也相同,即 Pb-ratio = K-ratio。平行黏结有效模量控制弹性模量且与其线性相关;法相(Pb-ten)与切向(Pb-coh)黏结力比值控制试样的破坏模式,而当黏结力比值确定后,按比例放大或缩小黏结力组合,则单轴抗压强度线性变化;平行黏结摩擦角(Pb-fa)在变形破坏前影响不明显;摩擦系数对于单轴抗压强度、模量影响较小^[16]。

首先根据室内试验得到的数据(表 1)确定平行黏结和线性黏结有效模量、法相和切向黏结力的数量级和近似大小,然后根据以上微观参数控制变量,研究不同弹性模量、平行黏结强度和摩擦系数对于试样宏观力学特性的影响。图 3 至图 5 分别为不同弹性模量、平行黏结强度和摩擦系数下数值模型试样的应力-应变曲线。由图 3 至图 5 可知,分别固定其他参数,弹性模量与峰值强度及其所对应的轴向应变为负相关,而平行黏结强度、摩擦系数则与峰值强度及其所对应的轴向应变为正相关。这是由于弹性模量越大,颗粒的黏结刚度越大,同样的受力情况下颗粒之间的胶结更难被破坏,在相同轴压条件下的应变越小;而平行黏结强度越大,颗粒间的抗拉强度与黏聚力越大,颗粒之间的胶结力越强,故黏结越不容易被破坏,达到破坏时所需荷载越大,则峰值强度和应力就越大;摩擦系数越大,颗粒之间的抗滑力越大,骨架承压能力、抗变形能力更强,峰值强度和应力就越大。

表 1 砂土部分宏观参数

Tab. 1 Table of macro parameters of sand soil

弹性模量 E/MPa	峰值强度 σ_{max}/kPa	黏聚力 c/MPa	内摩擦角 $\varphi/(^{\circ})$
1.13	121.67	0.69	22.04

根据图 3 至图 5 得到的微观参数变化规律和不同的敏感性,经过重复多次试算,最终得到 Emod = Pb-emod = 7.5 MPa, Pb-ten = Pb-coh = 34 kPa, $\mu = 0.7$,与室内试验结果拟合较好,其他具体微观参数见表 2。

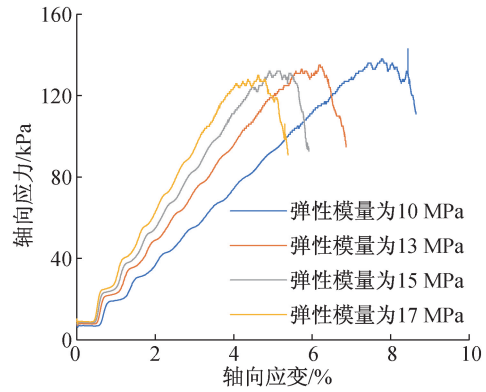


图 3 不同弹性模量下的轴向应力-应变曲线

Fig. 3 Axial stress-strain curves with different elastic moduli

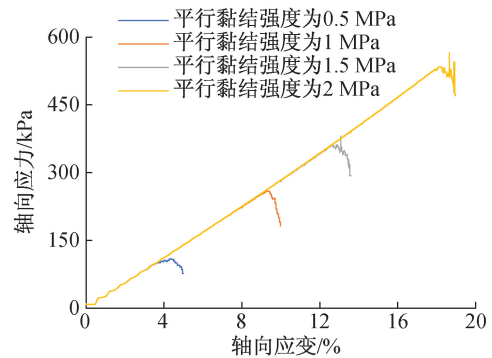


图 4 不同平行黏结强度下的轴向应力-应变曲线

Fig. 4 Axial stress-strain curves with different parallel bond strengths

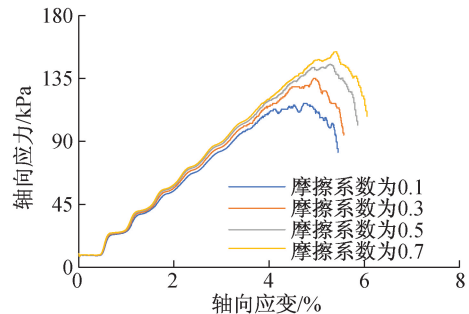


图 5 不同摩擦系数下的轴向应力-应变曲线

Fig. 5 Axial stress-strain curves with different friction coefficients

固化剂含量 $w(\%)$ 为固化剂质量 $m_1(g)$ 占砂土质量 $m_2(g)$ 的百分比,即 $w(\%) = m_1/m_2(\%)$ 。通过标定 1% 固化剂含量下数值试验,加倍标定固化剂含量分别为 2%、3%、4%、5% 时的加固砂土试样模型,其他微观参数不变,可得到砂土模型的黏聚力微观参数分别为 70、98、116、152 kPa。

1.3 参数标定结果对比

设置试样干密度为 1.4 g/cm³,对比室内试验与数值试验不同固化剂含量下试样的峰值强度、峰值应变、弹性模量,具体对比如表 3。

表 2 PFC 数值模型微观参数

类别	参数	描述	参数取值
物理模型参数	R_{\min}	最小粒径/mm	0.1
	R_{\max}/R_{\min}	最大最小粒径比	20
	ρ	初始颗粒密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	1 400
	n	初始孔隙率	0.1
墙体参数	E_0	墙体模量/MPa	1 000
	E^*	线性有效模量/MPa	7.5
	k^*	线性刚度比	1.5
1%含量固化剂颗粒微观参数	μ	摩擦系数	0.7
	\bar{E}^*	平行黏结有效模量/MPa	7.5
	\bar{k}^*	平行黏结刚度比	1.5
	G	黏结激活间隙/m	0.5×10^{-4}
	$\bar{\sigma}_c$	抗拉强度/kPa	34
	\bar{c}	黏聚力/kPa	34
	φ	内摩擦角/($^\circ$)	25

由表 3 可知室内试验与数值实验结果比较中峰值应变误差波动较大,主要是由于室内试验试样并非完全均匀的,含有可压缩孔隙,而数值试样完全均匀,没有考虑到压实阶段,因此难以避免的误差较大。而弹性模量、峰值强度的误差均在 10%以内,就可认为微观参数标定合理有效^[17]。随着固化剂含量的增加,试样峰值强度 σ_{\max} 以及弹性模量 E_e 均对应增大,说明试样强度和抵抗变形能力越强;而峰值应变逐步减少,说明达到峰值强度时的变形量减小,达到破坏时的材料刚度逐渐增大。

2 单轴压缩破坏细观分析

分析相同密度条件下不同固化剂含量的试样在无侧限单轴压缩试验过程中的破坏模式,固化剂含量分别为 1%、3%、5%,试样密度均为 1.4 g/cm^3 。分别选取试样加载过程中 70% 峰值(峰前)强度时、峰值强度时、峰值下降到 70% 时、峰值下降到 20% 时等阶段作为分析对象,研究在不同固

化剂含量条件下,数值模拟试验中砂土试样微观裂隙、接触力链以及颗粒位移场的发育演化过程。

2.1 微观裂隙的发育及演化

图 6 至图 9 为固化剂含量分别为 1%、3%、5% 时 70% 峰值(峰前)、峰值、70% 峰值(峰后)、20% 峰值(峰后)条件下的微观裂隙图。

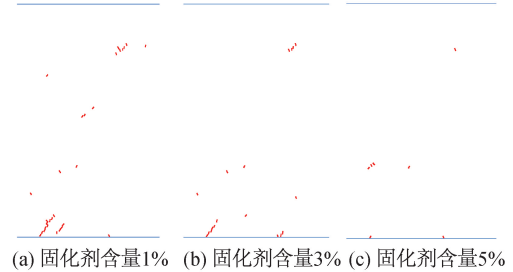


图 6 70% 峰值(峰前)条件下的微观裂隙图

Fig. 6 Microcrack development at 70% peak (pre-peak) stress

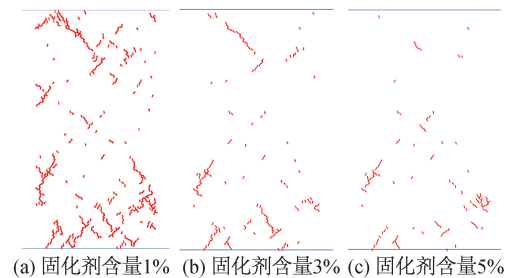


图 7 峰值条件下的微观裂隙图

Fig. 7 Microcrack development diagram under peak stress

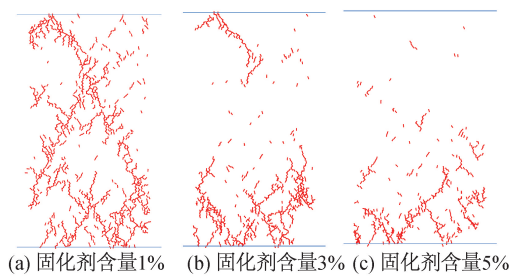


图 8 70% 峰值(峰后)条件下的微观裂隙图

Fig. 8 Microcrack development at 70% peak (post-peak) stress

表 3 不同固化剂含量条件下室内试验与数值试验结果对比

固化剂占比/%	峰值强度 σ_{\max}			峰值应变 ε_{\max}			弹性模量 E_e		
	室内试验 /kPa	数值 /kPa	误差值 /%	室内试验 /%	数值 /%	误差值 /%	室内试验 /MPa	数值 /MPa	误差值 /%
1	62.34	63.04	1.12	10.88	12.63	16.08	1.244	1.267	1.85
2	120.83	124.57	3.09	10.75	11.55	7.44	2.594	2.432	6.25
3	169.22	168.38	0.49	10.11	11.14	10.19	5.629	4.828	1.42
4	201.94	202.32	0.19	8.87	8.85	0.22	8.526	8.080	5.23
5	245.28	264.92	8.08	7.08	8.25	16.53	11.494	11.510	0.14

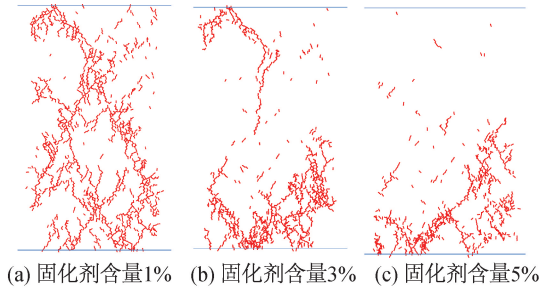


图9 20%峰值(峰后)条件下的微观裂隙图

Fig. 9 Microcrack development at 20% peak (post-peak) stress

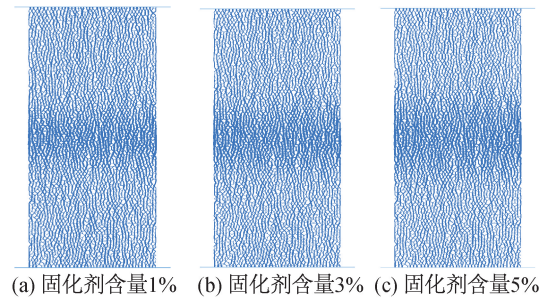


图10 70%峰值(峰前)条件下的接触力链图

Fig. 10 Contact force chain diagram at 70% peak (pre-peak) stress

从图6至图9可以看出相同固化剂含量时,模拟过程中试样逐渐出现不连通小裂隙,从微观角度观察,试样在峰值前也会出现微小裂隙,在达到峰值应力前,1%固化剂含量的试样出现了最多的微观裂隙,随着加载进行,裂隙逐渐连接贯通,宏观裂隙增大增多。比较同一加载阶段的不同固化剂含量的试样可以发现,随着固化剂含量增多,试样破坏程度下降,宏观裂隙减少,试样的破坏模式产生较大差异。当固化剂含量为1%时,试样在压缩过程中上下同步出现裂隙且分布相较均匀,逐步出现上下贯通的“X”型破坏结构;当固化剂含量为3%时,试样在压缩过程中上下同步出现裂隙但分布相较不均,没有形成贯穿裂隙;当固化剂含量为5%时,仅试样下部出现裂隙且集中。对比同一加载阶段,随着固化剂含量的增多,试样的破坏程度下降,微观裂隙数量减少,而且裂隙逐渐集中在试样下部,上部裂隙较少且较分散,说明抗压强度增大后的试样容易出现应力集中现象,发生局部破坏。

2.2 接触力链的发育及演化

图10至图13为固化剂含量分别为1%、3%、5%时70%峰值(峰前)、峰值、70%峰值(峰后)、20%峰值(峰后)条件下的接触力链图。

图10至13中,接触力链代表相邻两颗粒之间产生接触并有力的作用,力链越粗、越密集、颜色越深代表接触力越大,此区域的胶结越多。加载到70%峰值(峰前)时可以看出试样中部出现较粗颜色较深的接触力链,力链呈现不定向性;当加载至峰值应力时,试样即将破坏,力链最为明显且均匀,呈近垂直状相互连接;当加载逐步增大至70%峰值(峰后)时,试样发生破坏,部分力链断裂消失或颜色变浅,部分力链相较于其他区域更粗,出现了应力集中现象;加载至20%峰值(峰后)时,力链

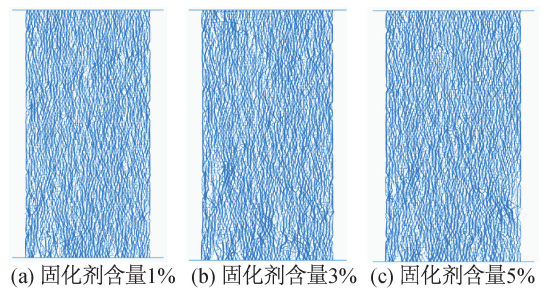


图11 峰值条件下的接触力链图

Fig. 11 Contact force chain diagram at peak stress

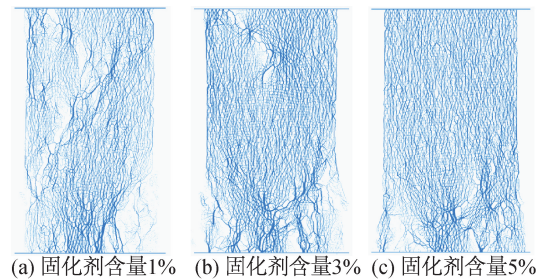


图12 70%峰值(峰后)条件下的接触力链图

Fig. 12 Contact force chain diagram at 70% peak (post-peak) stress

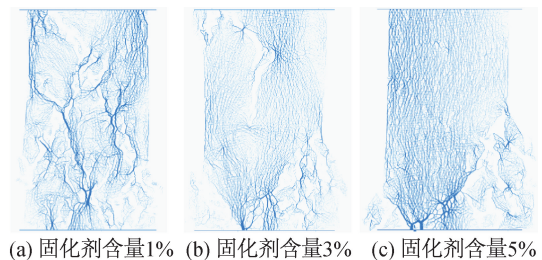


图13 20%峰值(峰后)条件下的接触力链图

Fig. 13 Contact force chain diagram at 20% peak (post-peak) stress

断裂或集中现象更明显,但颗粒在胶结破坏后仍有部分力链存在,初步分析是由于颗粒之间的摩擦力导致,但国内外对接触力链的量化缺乏研究,没有统一的判据,因此摩擦力对于颗粒之间力链

的贡献占比多少存疑^[18-19]。

由图 11 可以看出峰值条件下的接触力链没有明显的数量上的差别,但是固化剂含量越高,力链越粗,颗粒间的胶结力更大,说明固化剂能够提高试样的峰值强度。根据图 12、图 13 纵向对比,可以看出固化剂含量越低的试样力链破坏得越均匀,说明试样受力越均匀;固化剂含量越高的试样力链破坏越集中在底部,说明试样峰值强度增高后易产生应力集中现象,发生局部破坏,且破裂后接触力链的弯曲程度越小,说明固化剂的添加能够减小颗粒间的相对转动和滑动,增强试样抗变形能力。

2.3 颗粒位移场的演化规律

图 14 至图 17 为固化剂含量分别为 1%、3%、5% 时 70% 峰值(峰前)、峰值、70% 峰值(峰后)、20% 峰值(峰后)条件下的颗粒位移矢量图。将颗粒主要位移方向标注,箭头代表位移方向。

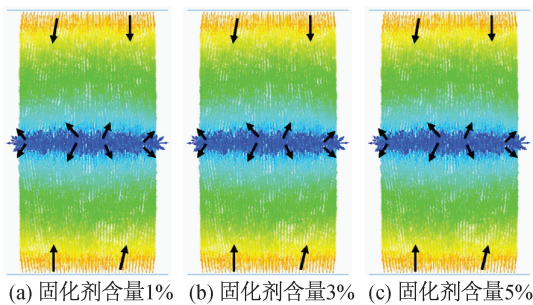


图 14 70% 峰值(峰前)条件下的颗粒位移场
Fig. 14 Particle displacement field at 70% peak (prepeak) stress

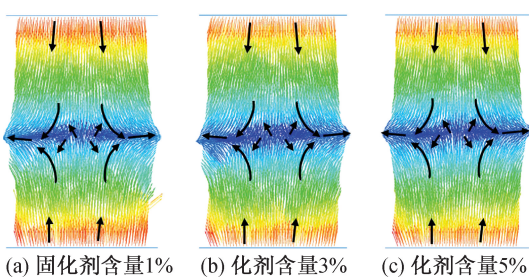


图 15 峰值条件下的颗粒位移场
Fig. 15 Particle displacement field at peak stress

将图 14 至图 17 和裂隙的起裂演化以及发展相结合分析,不难发现颗粒位移方向和微观裂隙的起裂以及演化有明显的对应关系,不同颗粒之间产生相对滑动且位移方向不一就会产生微观裂隙。试样在加载过程中上部墙体不断向下运动,下半部分颗粒向两侧运动。加载至峰值强度时,试样即将发生破坏,不同固化剂含量试样位移场

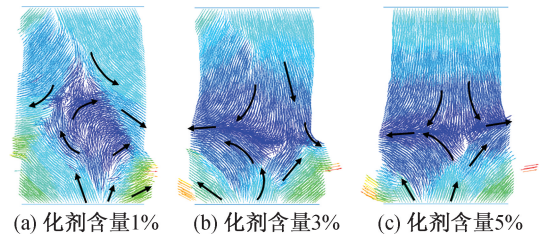


图 16 70% 峰值(峰后)条件下的颗粒位移场
Fig. 16 Particle displacement field at 70% peak (post-peak) stress

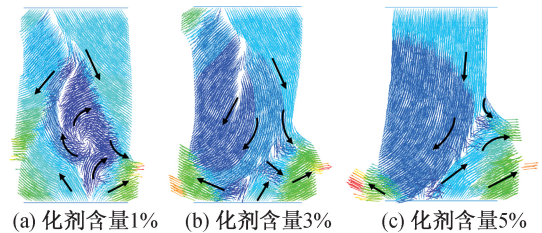


图 17 20% 峰值(峰后)条件下的颗粒位移场
Fig. 17 Particle displacement field at 20% peak (post-peak) stress

无太大差别,位移方向整体竖直且分布均匀,在接近中间部分时开始由竖直逐渐转向水平,且中间部分位移最小;继续加载试样,位移方向开始发生紊乱并产生分块现象,且固化剂含量越少的试样分块数越多,多集中在中下部。对照裂隙发育图可知颗粒位移方向分离处即为产生破裂变形处。

在固化剂含量为 1% 时的位移方向产生类似“核心”板块现象,即四个角的部分分别向两侧运动,形成类似漩涡状结构,“漩涡”核心部分紊乱复杂,位移方向多样,破坏模式主要为拉剪复合型破坏。随着固化剂含量增加,颗粒位移场分布更均匀且集中,位移方向分块数减少,颗粒位移更加有序,即产生破坏部分减少,试样破坏程度下降;在固化剂含量为 5% 时减少至两个板块,破坏模式主要为剪切破坏模式,由此可说明此时的颗粒之间相对滑动减少,试样抗变形强度增大,试样的应力集中现象更加明显,更容易产生局部破坏。

3 结论

1) 采用颗粒离散单元法对聚氨酯型固化剂加固砂土的微观力学特性进行模拟,基于室内试验对模型细观参数进行标定,模拟结果与室内试验结果较为一致,验证了模型的可靠性。

2) 微观裂隙的产生、扩展和合并揭示了试样破坏的过程,随着固化剂含量升高,试样破坏程度下降,微观裂隙减少且逐渐集中在试样下部,破坏

面由整体贯穿逐渐变为局部压碎破坏,说明固化剂含量高的试样容易出现应力集中现象,发生局部破坏,可见固化砂土试样抗压能力显著提高。

3)接触力链显示了试样受力的传递路径,峰前的接触力链没有明显差别,峰值和峰后力链图表明随着固化剂含量的升高,试样局部应力集中现象越明显,且破裂后力链的弯曲程度越小,试样主要产生脆性破坏,说明固化剂能够减小颗粒间的相对转动和滑动,增强试样抗变形能力。

4)颗粒位移方向和微观裂隙的起裂以及演化有明显的对应关系,不同固化剂含量试样位移场在试验初期并无太多差别,但随着加载的进行,位移方向开始发生紊乱并产生分块现象,且固化剂含量越少的试样分块数越多。随着固化剂含量增多,试样抗变形强度越大,位移方向由紊乱分散逐渐均匀有序,试样的破坏模式由拉剪复合型破坏为主逐步过渡到剪切破坏为主。

参考文献:

- [1]米吉福,汪浩,刘晶,等.土壤固化剂的研究及应用进展[J].材料导报,2017,31(S1):388-391+401.
- [2]力乙鹏,李婷.土壤固化剂的固化机理与研究进展[J].材料导报,2020,34(S2):1273-1277+1298.
- [3]孔繁轩,羊东,刘瑾,等.聚氨酯型固化剂改良砂土的固结特性试验研究[J].勘察科学技术,2019(4):1-6.
- [4]ZHANG B, JIANG W, XU Q, et al. Experimental Feasibility Study of Ethylene-vinyl Acetate Copolymer (EVA) as Cement Stabilized Soil Curing Agent[J]. Road Materials and Pavement Design, 2022, 23(3):617-638.
- [5]刘瑾,白玉霞,宋泽卓,等. OPS型固化剂改良砂土工程特性试验研究[J].东南大学学报:自然科学版, 2019, 49(3):495-501.
- [6]潘成,祁长青,刘瑾,等.不同温度条件下高分子固化剂改良砂土的强度特性[J].防灾减灾工程学报, 2021, 41(3):643-649.
- [7]王龙威,石霄,江灿琿,等.温度对水溶性有机材料改良砂土的力学特性试验研究[J].河北工程大学学报:自然科学版, 2019, 36(4):72-77.
- [8]LIU J F, SU Y H. Analyses of the Strength Characteristics of Solidified Desert Aeolian Sandy Soil [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development (English Edition), 2017, 11(2):32-36.
- [9]刘志琦,董宝中.土壤固化剂研究进展[J].四川建材, 2018, 44(12):112-113.
- [10]MANOICHEHRIAN A, MARJI M F. Numerical Analysis of Confinement Effect on Crack Propagation Mechanism from a Flaw in a Pre-cracked Rock under Compression [J]. Acta Mechanica Sinica, 2012, 28(5):1389-1397.
- [11]JIANG M J, KONRAD J M, LEROUEIL S. An Efficient Technique for Generating Homogeneous Specimens for DEM Studies [J]. Computers and Geotechnics, 2003, 30(7):579-597.
- [12]石崇,张强,王盛年.颗粒流(PFC5.0)数值模拟技术及应用[M].北京:中国建筑工业出版社, 2018:177-178.
- [13]蒋明镜,谭亚飞,金树楼.胶结砂土力学特性的三维离散元简化分析[J].水资源与水工程学报, 2017, 28(1):187-191+196.
- [14]蒋明镜.考虑颗粒抗转动的砂土双轴试验离散元模拟[J].岩土力学, 2009(S2):514-517.
- [15]蒋明镜.现代土力学研究的新视野——宏微观土力学[J].岩土工程学报, 2019, 41(2):195-254.
- [16]ZHANG X P, WONG L. Cracking Processes in Rock-Like Material Containing a Single Flaw Under Uniaxial Compression: A Numerical Study Based on Parallel Bonded-Particle Model Approach [J]. Rock Mechanics & Rock Engineering, 2012, 45(5):711-737.
- [17]黄宜胜,夏晓丹.砂岩颗粒流平行黏结模型微观参数标定方法研究[J].三峡大学学报:自然科学版, 2021, 43(4):7-12.
- [18]ALBERT I, TEGZES P, KAHNG B, et al. Jamming and Fluctuations in Granular Drag [J]. Physical Review Letters, 2000, 84(22):5122-5125.
- [19]翟思雨.基于颗粒力学的截齿破岩机理研究[D].太原:中北大学, 2022.

(责任编辑 周雪梅)