

文章编号:1673-9469(2020)02-0051-08

DOI: 10.3969/j.issn.1673-9469.2020.02.009

## 基于两种本构模型的堆石坝应力变形比较研究

朱俊高<sup>1,2</sup>, 单一峰<sup>1,2\*</sup>, 郑惠峰<sup>3</sup>, 刘忠<sup>4</sup>

(1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学 岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098; 3. 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司, 浙江 杭州 330110; 4. 黄河水利委员会黄河水利科学研究院, 河南 郑州 450003)

**摘要:** 采用邓肯 E-B 模型与椭圆-抛物双屈服面模型对两岔河心墙堆石坝进行有限元应力变形分析, 比较两种本构模型在正常高水位的满蓄期计算得到的坝体应力应变差异。结果表明: (1) 两种模型计算的坝体沉降较为接近, 邓肯 E-B 模型计算最大沉降稍小; 邓肯 E-B 模型计算的顺河向水平位移与双屈服面模型相比, 上游位移与下游位移均偏大。(2) 受心墙拱效应影响, 无论邓肯 E-B 模型还是双屈服面模型, 心墙内的主应力均比过渡层小, 小主应力均为正, 心墙内均未出现拉应力。相比于双屈服面模型, 邓肯 E-B 模型计算的心墙应力受心墙拱效应更为明显。(3) 满蓄期防渗墙小主应力在左右岸角部出现拉应力, 两种模型计算的拉应力区分布规律基本一致, 但双屈服面模型计算的拉应力的值及变化梯度均大于邓肯 E-B 模型。

**关键词:** 应力应变; 邓肯 E-B 模型; 椭圆-抛物双屈服面模型; 心墙堆石坝; 有限元

**中图分类号:** TV641

**文献标识码:** A

## Comparative Study on Stress Deformation of Rockfill Dam Based on Two Constitutive Models

ZHU Jungao<sup>1,2</sup>, SHAN Yifeng<sup>1,2\*</sup>, ZHENG Huifeng<sup>3</sup>, LIU Zhong<sup>4</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098; 3. Power China Huadong Engineering Corporation, Hangzhou, Zhejiang 311122; 4. Yellow River Institute of Hydraulic Research, YRCC, Zhengzhou, Henan 450003)

**Abstract:** In this paper, Duncan e-b model and elliptic-parabolic double yield surface model were respectively used to analyze the finite element stress and deformation of the rockfill dam with two diversion river core walls, thus comparing the difference in stress and strain of the dam calculated by the two constitutive models during the full storage period of normal high water level. The results show that: (1) the settlement calculated by the two models is relatively close, and the maximum settlement calculated by Duncan e-b model is slightly smaller. The horizontal displacement along the river calculated by Duncan e-b model is larger than that calculated by the double yield surface model. (2) Influenced by the arch effect of the heart wall, the principal stress in the heart wall is smaller than that in the transition layer, the minor principal stress is positive, and no tensile stress appears in the heart wall, no matter in the Duncan e-b model or the double yield surface model. Compared with the double-yield surface model, the stress calculated by Duncan e-b model is more obviously affected by the arch effect. (3) The small principal stress of cut-off wall in full storage period appears tensile stress at the left and right bank corners. The distribution law of the tensile stress area calculated by the two models is basically the same,

收稿日期: 2019-11-14

基金项目: 国家重点研发计划项目(2017YFC0404804); 国家自然科学基金委员会-雅砻江流域水电开发有限公司雅砻江联合基金资助项目(U1865104); 国家自然科学基金资助项目(51479052, 51609098)

作者简介: 朱俊高(1964-), 男, 江苏兴化人, 博士, 教授, 从事土体本构关系及土石坝工程研究。

\* 通讯作者: 单一峰(1995-), 男, 浙江绍兴人, 硕士研究生, 主要从事土体本构关系及土石坝工程研究。

but the value and gradient of the tensile stress calculated by the doubleyield surface model are larger than that calculated by Duncan e-b model.

**Key words:** stress and strain; Duncan E-B model; elliptic-parabolic double yield surface model; core rockfill dam; finite element

近年来,随着堆石坝筑坝高度的增加,有限元分析在坝体设计中起到了不可或缺的作用。有限元计算对选取的本构模型及其模型参数具有较大的依赖性,不同的本构模型在计算堆石坝的应力变形时,计算结果相差较大<sup>[1-3]</sup>。因此,在有限元计算中,本构模型的合理选取至关重要。在我国堆石坝的有限元分析中,弹性非线性模型(如邓肯模型、K-G模型)和弹塑性模型(如南水模型、椭圆-抛物双屈服面模型)都得到了不同程度的应用。邓肯 E-B 模型<sup>[4]</sup>,参数确定简单,模型参数的物理意义明确,为弹性非线性模型的代表模型,被广泛应用于堆石坝的有限元分析中<sup>[5-7]</sup>,但该模型基于广义胡克定律,不能反映剪胀性。殷宗泽提出的椭圆-抛物双屈服面弹塑性模型<sup>[8]</sup>,综合了单屈服面模型的优点,能较好反映土的剪缩剪胀性及复杂应力路径对土体变形的影响,具有较好的实用性。

目前,已有学者比较了这几类模型在有限元计算中的差异<sup>[9-10]</sup>,如赵晓龙<sup>[11]</sup>等比较了邓肯-张模型和椭圆-抛物双屈服面模型土石坝应力变形的计算结果。朱俊高<sup>[12]</sup>等人结合糯扎渡心墙坝实例,分析比较了邓肯-张模型和邓肯 E-B 模型在有限元计算中的差异。结果表明使用不同模型计算所得到的坝体变形和应力分布均有所区别。尽管上述研究对比众多,但少有学者对邓肯 E-B 模型和椭圆-抛物双屈服面模型计算的堆石坝应力变形进行全面的分析比较。基于此,本文以两岔河心墙堆石坝为例,分别采用邓肯 E-B 模型与椭圆-

抛物双屈服面模型进行三维有限元计算,并对计算结果进行了对比分析,探究两种模型在应力和变形的差异,为心墙堆石坝有限元计算本构模型的选取提供了参考依据。

## 1 工程概况和有限元模型

两岔河水库位于四川省凉山州会东县。挡水建筑物为粘土心墙堆石坝,坝顶长度 247.00 m,宽 10 m,最大坝高 74.50 m。心墙顶宽 4.0 m,上、下游坡比 1:0.25,心墙最大底宽 39.25 m,心墙与两岸坝肩混凝土垫层接触部位采用厚度 2.0 m 的高塑性粘土过渡。坝基覆盖层防渗采用一道混凝土防渗墙,墙厚 1.2 m。防渗墙顶通过廊道与防渗心墙连接,底部嵌入基岩。坝体分区见图 1。

坝体各分区的邓肯 E-B 模型和椭圆-抛物双屈服面模型的计算参数分别见表 1 和表 2。其中邓肯 E-B 模型参数通过常规三轴试验确定,双屈服面模型参数通过河海大学岩土所研制程序<sup>[13]</sup>由 E-B 模型参数转换得到,具体如下:由已知 E-B 模型参数计算出对应土石料应力应变曲线族,再用最优化方法拟合,从而获得椭圆-抛物双屈服面模型参数。

大坝共划分 59 480 个结点、56 848 个单元。单元网格划分时,对土石料、混凝土等单元,大部分用 8 结点 6 面体单元,少数用 6 结点 5 面体、4 结点 4 面体等单元过渡,边界条件设置为底面  $xy$  双向约束,坝体两岸  $yz$  双向约束,同时采用接触面

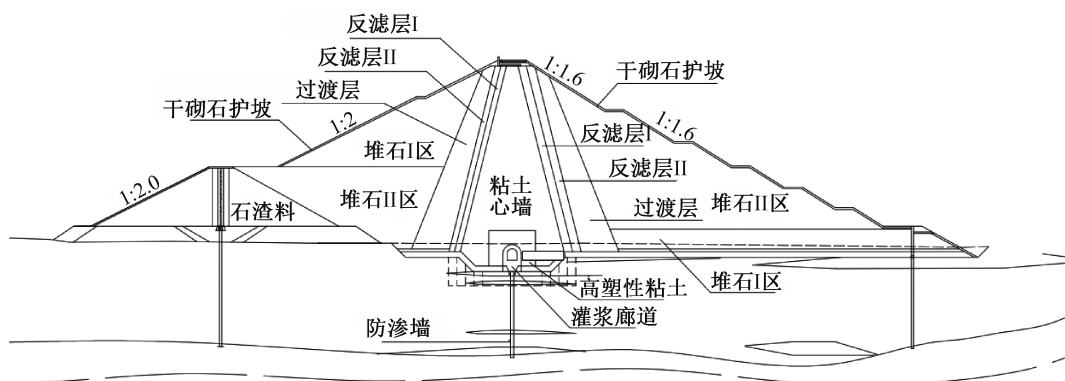


图 1 堆石坝典型横断面材料分区

Fig.1 Typical cross sectional material zoning map of rockfill dam

表 1 邓肯 E-B 模型计算参数  
Tab.1 Parameters of Duncan E-B model

| 坝体分区             | $R_f$ | $K$     | $n$  | $K_b$ | $m$  | $\varphi_0/(\circ)$ | $\Delta\varphi/(\circ)$ | $c/\text{kPa}$ | 干密度/ $(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$ |
|------------------|-------|---------|------|-------|------|---------------------|-------------------------|----------------|--------------------------------------|
| 混合土卵石层(10 m 以下)  | 0.74  | 1 062.8 | 0.33 | 681.3 | 0.08 | 51.0                | 9.1                     | 0.0            | 2.08                                 |
| 混合土卵石层 1(5~10 m) | 0.75  | 857.5   | 0.35 | 491.0 | 0.14 | 49.1                | 8.1                     | 0.0            | 2.04                                 |
| 混合土卵石层 2(0~5 m)  | 0.77  | 613.0   | 0.38 | 265.2 | 0.27 | 46.8                | 6.9                     | 0.0            | 1.99                                 |
| 高塑性粘土            | 0.75  | 85.0    | 0.52 | 30.0  | 0.45 | 26.0                | 0.0                     | 20.0           | 1.38                                 |
| 心墙粘土             | 0.72  | 113.2   | 0.48 | 37.9  | 0.40 | 31.5                | 0.0                     | 33.2           | 1.42                                 |
| 全风化白云岩           | 0.75  | 135.5   | 0.45 | 45.3  | 0.38 | 27.0                | 0.0                     | 39.2           | 1.48                                 |
| 上、下游反滤层 I        | 0.74  | 550.0   | 0.36 | 320.0 | 0.20 | 46.6                | 6.4                     | 0.0            | 2.10                                 |
| 上、下游反滤层 II       | 0.72  | 780.0   | 0.32 | 450.0 | 0.15 | 49.5                | 8.3                     | 0.0            | 2.14                                 |
| 上、下游过渡层          | 0.65  | 1 200.0 | 0.28 | 720.0 | 0.08 | 55.4                | 11.6                    | 0.0            | 2.27                                 |
| 上、下游堆石 I 区       | 0.65  | 1 150.0 | 0.27 | 700.0 | 0.02 | 54.8                | 11.4                    | 0.0            | 2.24                                 |
| 上、下游堆石 II 区      | 0.68  | 1 082.1 | 0.27 | 638.6 | 0.03 | 53.7                | 10.8                    | 0.0            | 2.24                                 |

表 2 椭圆-抛物双屈服面模型计算参数  
Tab.2 Parameters of ellipse-parabolic double yield surface model

| 坝体分区             | $\alpha$ | $k_c$ | $n$   | $M_1$ | $M_2$ | $h$   | $m$   |
|------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 混合土卵石层(10 m 以下)  | 0.220    | 456.9 | 0.366 | 1.91  | 2.77  | 1 208 | 10.28 |
| 混合土卵石层 1(5~10 m) | 0.222    | 425.0 | 0.334 | 1.84  | 2.67  | 941   | 10.70 |
| 混合土卵石层 2(0~5 m)  | 0.207    | 355.5 | 0.345 | 1.75  | 2.54  | 585   | 11.51 |
| 高塑性粘土            | 0.010    | 87.4  | 0.240 | 1.06  | 1.36  | 135   | 5.19  |
| 心墙粘土             | 0.010    | 33.5  | 0.800 | 1.14  | 1.17  | 207   | 3.65  |
| 全风化白云岩           | 0.074    | 62.2  | 0.612 | 1.16  | 1.21  | 187   | 4.39  |
| 上、下游反滤层 I        | 0.178    | 274.1 | 0.334 | 1.75  | 2.53  | 834   | 9.34  |
| 上、下游反滤层 II       | 0.190    | 412.1 | 0.256 | 1.86  | 2.69  | 968   | 9.78  |
| 上、下游过渡层          | 0.178    | 753.2 | 0.100 | 2.18  | 2.99  | 1 365 | 5.29  |
| 上、下游堆石 I 区       | 0.204    | 789.5 | 0.100 | 2.17  | 2.96  | 1 175 | 3.72  |
| 上、下游堆石 II 区      | 0.224    | 771.0 | 0.100 | 2.08  | 2.91  | 1 048 | 5.02  |

单元模拟各种材料边界力与变形的协调关系。为了更好地模拟现场实际工程情况,计算采用分级加荷对大坝逐级施工及蓄水过程进行有限元计算,分 19 级进行加载,其中前 15 级为施工加荷,后

4 级为蓄水加荷,不考虑渗流的影响,仅作为附加水荷载。大坝三维有限元网格见图 2,河谷段最大断面网格见图 3。

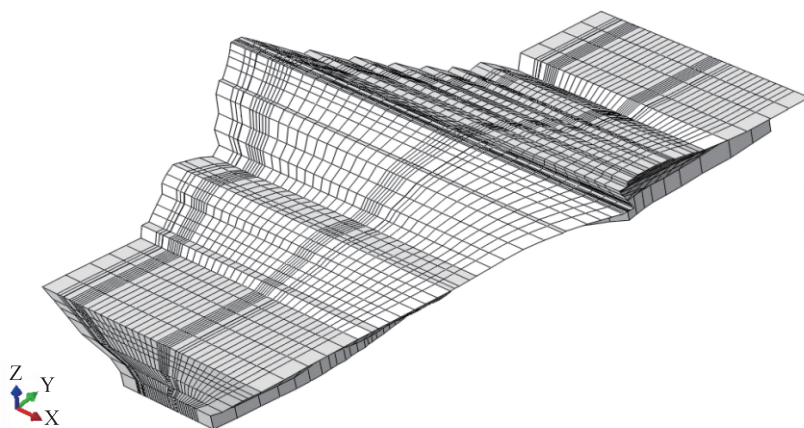


图 2 大坝三维有限元网格

Fig.2 Three-dimension finite element mesh

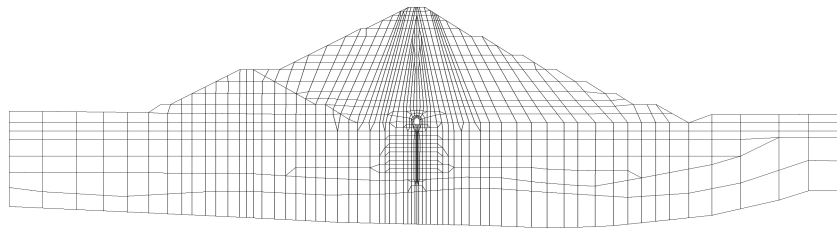


图3 河谷段最大断面网格

Fig.3 The maximum cross section of valley segment

## 2 有限元计算结果及分析比较

本文采用河海大学岩土工程研究所研制的TDAD三维有限元软件,进行两种不同本构模型的应力变形计算,计算整理得到的最大沉降和水平位移见表3。为研究应力变形分布规律,整理出了(正常高水位)满蓄期坝体及防渗墙的沉降和顺河向水平位移等值线,见图4—图7,以及满蓄期大主应力和小主应力等值线,见图8—图11。

### 2.1 坝体位移分析

由表3可知,邓肯E-B模型和双屈服面模型计算的最大沉降量很接近,双屈服面模型计算的上下游水平位移小于邓肯E-B模型计算结果,坝轴向整体水平位移(左右岸位移之和)较邓肯E-B模型也偏小。总体上,两种模型的沉降差异很小,水平位移差异稍大。说明了两种模型在反映土石料性质能力上存在差异。

表3 满蓄期坝体沉降位移结果

Tab.3 Settlement and displacement of dam after water storage

| 模型        | 最大沉降  | 坝体上下游     | 坝轴向位     |
|-----------|-------|-----------|----------|
|           | 量/cm  | 水平位移/cm   | 移/cm     |
| 邓肯E-B模型   | 113.6 | -9.3/30.2 | -9.8/7.5 |
| 双屈服面模型    | 116.2 | -7.1/27.9 | -6.9/7.8 |
| 相对差值绝对值/% | 2.3   | 23.6/7.6  | 29.6/4.0 |

注:表中正值代表位移指向坝体下游或沿坝轴指向右岸,负值代表位移指向坝体上游或沿坝轴指向左岸。

图4给出了满蓄期坝体沉降等值线,可以看出,两种模型计算的等值线图分布规律基本相似,坝体沉降分布呈对称形状。总体上坝体沉降不大,坝体最大沉降在同一区域,位于心墙自底向上约1/3坝高处中心位置。满蓄期两种模型计算的最大沉降量分别是113.6、116.2 cm,分别占最大坝高119.5 m(含覆盖层)的0.95%和0.97%。

经收集各大坝体的实际沉降数据资料发

现<sup>[14]</sup>,一般情况下,满蓄期的堆石坝最大沉降值约为坝高的0.52%~1.36%,最大位移比为0.029~0.749,邓肯E-B模型和双屈服面模型计算的位移比分别是0.294与0.240,均在合理范围内。同时需要注意的是,在使用邓肯E-B模型进行有限元计算的过程中,若泊松比 $\mu$ 大于0.5,劲度矩阵发生异常,无法进行下一步计算,因此该模型不能反映土体的剪胀性,并且,该模型也无法反映土体压缩及剪切变形的交叉影响。综上,使用可以反映剪胀性的双屈服面模型进行有限元计算所得到的应力变形结果在理论上更加合理。

从图4还可以看出,廊道与高塑性黏土区内的等值线分布比较密集,说明此处沉降梯度较大,这是由于廊道及防渗墙的支撑顶托作用导致该处产生较大的剪切变形。从沉降等值线图还可以看出,覆盖层的沉降等值线分布较为稀疏,相比于坝体沉降并不大。

图5给出了满蓄期坝体顺河向水平位移等值线,其中,正值表示向下游位移,负值表示向上游位移。可以看出两个模型计算的水平位移分布规律相近,由于土体自重作用,坝体在沉降的同时会产生向上下游的水平位移,但蓄水后由于水压力向下游最大水平位移都明显大于向上游的位移,蓄水后坝体向上游的最大水平位移位于靠近原地面线的上游坝壳内。满蓄期坝体向下游的最大位移,用邓肯E-B模型计算为30.2 cm,用双屈服面模型计算为27.9 cm;满蓄期坝体向上游的最大位移,用邓肯E-B模型计算为9.3 cm,用双屈服面模型计算为7.1 cm。相比邓肯E-B模型,双屈服面模型计算的上下游最大位移均更靠近中轴线。

图6、图7分别给出了满蓄期防渗墙的沉降等值线和满蓄期顺河向水平位移等值线。图中可见,防渗墙在河谷中央顶部沉降最大,往左右两边及底部逐渐减小,邓肯E-B模型和双屈服面模型计算的最大沉降分别为1.8和2.4 cm,双屈服面



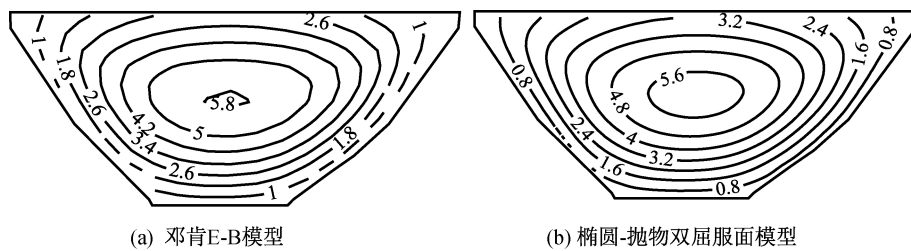


图7 满蓄期防渗墙顺河向水平位移等值线(单位:cm)

Fig.7 Contour lines of horizontal displacement along the river of cutoff wall after water storage

### 2.2 坝体应力分析

图8给出了满蓄期坝体典型横断面大主应力等值线。无论邓肯 E-B 模型还是双屈服面模型,满蓄期坝壳内大主应力的等值线分布基本平行于坝坡,由外向内大主应力逐渐增加。受拱效应的影响,心墙内大主应力等值线比过渡层的大应力等值线更为稀疏<sup>[15]</sup>,尤其在心墙的中上部更为显著。在心墙下部由于心墙及高塑性粘土受到下部廊道及防渗墙的顶托作用,心墙向下的沉降受到影响,使得这种拱效应作用下降,因此在心墙下部,心墙内大主应力较过渡层降低不明显。由于双屈服面模型考虑了塑性变形,能较为全面地反映土体的剪胀剪缩性及剪切变形的交叉影响,该模型下计算得到的坝体应力分布比较合理。

坝体典型横断面蓄水工况下的小主应力等值线见图9。图中可见,小主应力在坝体内的分布也近似呈平行于坝坡的形式,由外向内逐渐增加。由于拱效应,心墙内小主应力与过渡层的应力相比数值也有所下降,但与大主应力相比拱效应作用不明显。邓肯 E-B 模型计算的坝壳小主应力相

比双屈服面模型的结果降低得更为显著。上游坝壳的小主应力由于蓄水影响明显减小,心墙内靠近上游侧小主应力也有所减小,但仍为正值(此处正值代表压应力,负值代表拉应力),说明心墙内并未出现拉应力。

对河谷段设有廊道和防渗墙的大坝,由于蓄水时在廊道和防渗墙上下游面存在水头差,廊道和防渗墙将产生向下游顺河向水平位移,而廊道两端和防渗墙周边受到基岩的约束,有可能在防渗墙和廊道部分区域产生拉应力,故需要特别关注。图10给出了满蓄期防渗墙中线处大主应力等值线图,可以看出,大主应力等值线基本呈对称分布,由防渗墙顶往左右两边及底部逐渐减小。大主应力均为压力,防渗墙墙顶中部区域应力值最大,邓肯 E-B 模型和双屈服面模型计算值分别为 15.5 和 20.5 MPa。

图11为满蓄期防渗墙中轴面小主应力等值线,由于受到周边基岩的约束作用,小主应力在左右岸坡边角部出现一定的拉应力。邓肯 E-B 模型和双屈服面模型计算的拉应力值分别为 1.56 和 1.89 MPa。双屈服面模型计算的拉应力的值及变

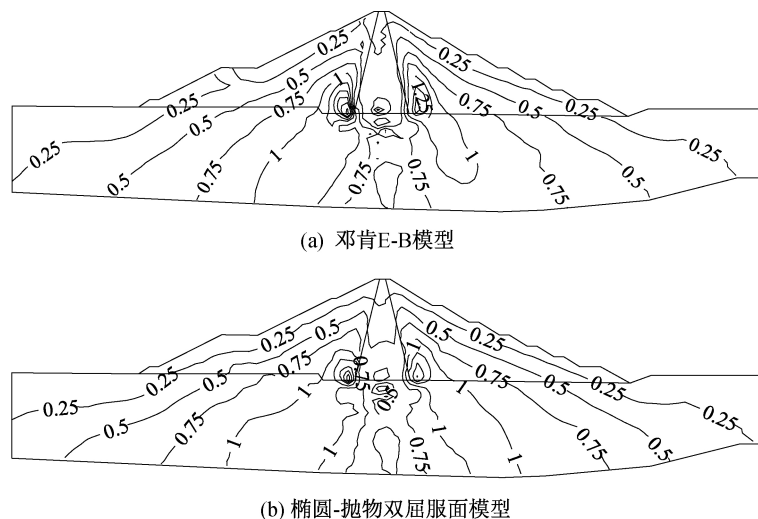


图8 满蓄期大主应力等值线图(单位:MPa)

Fig.8 Contour lines of major principal stress after water storage

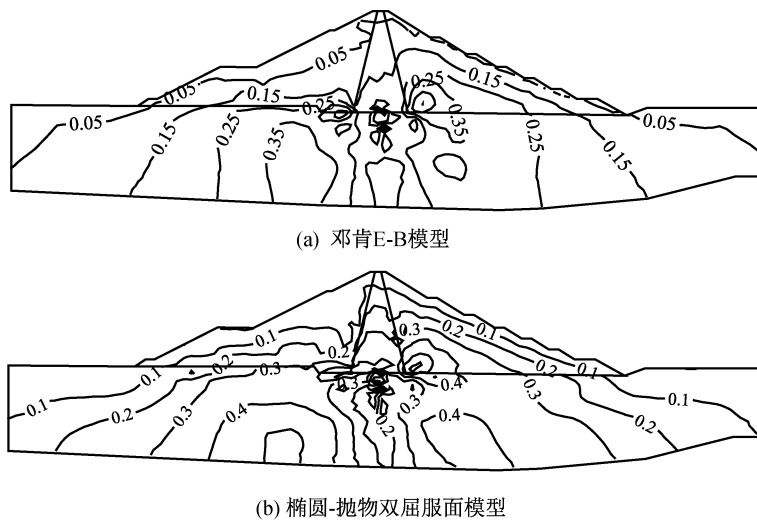


图 9 满蓄期小主应力等值线图(单位:MPa)

Fig.9 Contour lines of minor principal stress after water storage

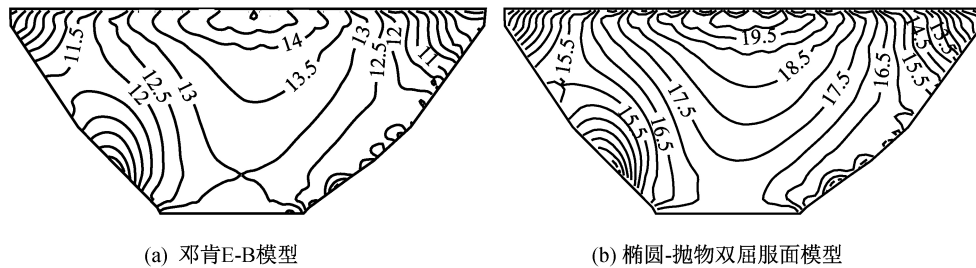


图 10 满蓄期防渗墙中线处大主应力等值线图(单位:MPa)

Fig.10 Contour lines of major principal stress at the midline of cutoff wall after water storage

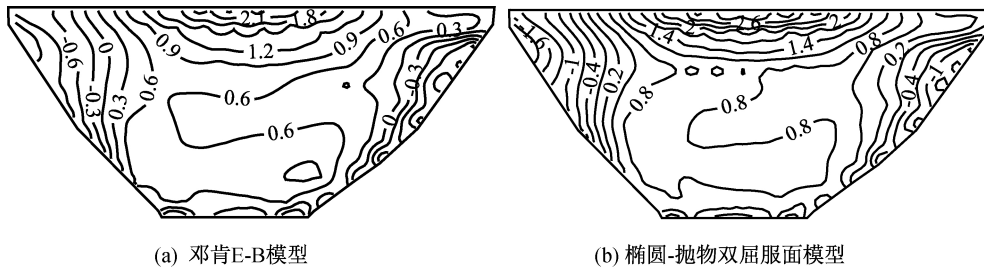


图 11 满蓄期防渗墙中线处小主应力等值线图(单位:MPa)

Fig.11 Contour lines of minor principal stress at the midline of cutoff wall after water storage

化梯度均大于邓肯 E-B 模型,且左岸拉应力差异较右岸更为明显。

由大小主应力等值线图可以看出,两种模型计算的应力差异较大,故整理了截面中轴线的应力计算结果,对应力作进一步分析比较。图 12 给出了心墙与防渗墙在最大断面中轴线位置上的竖向应力  $\sigma_z$  和顺河向应力  $\sigma_y$  的分布,可以看出,双屈服面计算的应力均比 E-B 模型结果大。这是由于双屈服面模型计算的沉降值大,而水平位移又较小,坝体材料挤压效果更明显。对于心墙部分,其双屈服面模型计算的内部应力越大,对其防渗效果的发挥更好,如果心墙内应力太低,则可能

产生心墙裂缝,甚至水力劈裂。对防渗墙,双屈服面模型计算的应力比 E-B 模型的结果要大 5 MPa 左右,尽管都没有超过 C30 混凝土强度,但对于高坝或更深厚的覆盖层,还是应该引起注意,E-B 模型计算的防渗墙应力可能偏小。

### 3 结论

1) 邓肯 E-B 模型与椭圆-抛物双屈服面模型,两种模型计算的坝体沉降十分接近,坝体水平位移有所差异。与双屈服面模型相比,邓肯 E-B 模型计算的上下游水平位移稍大,其坝轴向水平位

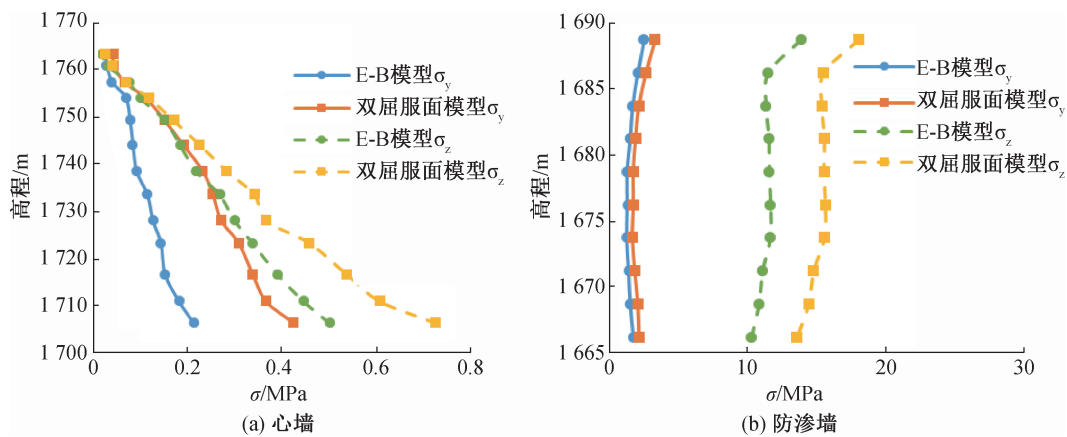


图12 满蓄期河谷中心坝轴线位置应力分布对比(单位:MPa)

Fig.12 Stress comparison diagram of dam body truncated surface during full storage period

移也比双屈服面模型计算结果大。邓肯 E-B 模型与双屈服面模型计算的最大沉降分别占最大坝高(含覆盖层)的 0.95% 和 0.97%, 位移比分别是 0.294 和 0.240, 与多个堆石坝工程监测数据比较, 两种模型计算的结果均符合实际工程沉降规律。

2) 对于两种模型计算得到的大小主应力, 邓肯 E-B 模型受拱效应的影响较为明显, 相同高程下, 心墙内的大小主应力比过渡层的应力下降得更为明显。心墙内的小主应力均为正, 心墙处于受压状态。

3) 双屈服面模型计算的沉降较大, 水平位移较小, 使得坝体侧向挤压效果比邓肯 E-B 模型更明显, 导致防渗墙大小主应力及应力变化梯度均大于邓肯 E-B 模型。受周边基岩的约束作用, 防渗墙中轴面小主应力在左右岸坡区域均出现拉应力。两种模型计算的防渗墙应力都在其混凝土的容许应力范围内, 其中左岸拉应力差异较为明显, 双屈服面模型计算的拉应力的值及变化梯度较邓肯 E-B 模型大。

邓肯 E-B 模型和椭圆-抛物双屈服面模型计算的心墙及防渗墙处的应力变形有明显差异, 可供设计综合参考。基于双屈服面模型能反映土体压缩及剪切变形的交叉影响, 且采用其计算结果设计更为保守。综合考虑, 在满蓄期工况条件下, 采用双屈服面模型进行有限元计算更加合理准确。本文研究成果可为类似工程设计时的模型选用提供一定的参考依据。

#### 参考文献:

- [1] 龚晓南. 对岩土工程数值分析的几点思考[J]. 岩土力学, 2011, 32(2): 321-325.  
 [2] 何芳婵. 土石坝施工过程应力变形仿真分析[D]. 郑州:

郑州大学, 2007.

- [3] 张 鸥, 戴寿晔, 李晓娜. 不同模型参数对面板堆石坝应力变形的影响研究[J]. 水利水电技术, 2019, 50(4): 95-101.  
 [4] DUNCAN J M, BYRNE P, WONGK, et al. Stress-Strain and Bulk Modulus Parameters for Finite Element Analysis of Stress and Movement in Soils Masses[R]. Berkeley: University of California, 1980.  
 [5] 李富忠, 司才龙, 毛藏寺. 电站混凝土面板堆石坝三维有限元分析[J]. 水利规划与设计, 2019(7): 114-117.  
 [6] 黄华东, 郭张军, 韩耀铭, 等. 300 m 级超高斜心墙和直心墙堆石坝应力变形分析[J]. 水利水电技术, 2017, 48(2): 37-44.  
 [7] 汪天飞, 徐 青. 基于邓肯-张模型的堆石坝有限元分析[J]. 中国农村水利水电, 2016(10): 151-155.  
 [8] 殷宗泽. 一个土体的双屈服面应力-应变模型[J]. 岩土工程学报, 1988(4): 64-71.  
 [9] 蒋明杰. 邓肯 E- $\nu$  和 E-B 模型分析土石坝应力变形比较[C]//中国水利学会. 中国水利学会 2014 学术年会论文集(下册). 中国水利学会, 2014: 4.  
 [10] 施维成, 朱俊高. 双屈服面模型参数对心墙堆石坝计算沉降的影响[J]. 水利水运工程学报, 2007(3): 12-16.  
 [11] 赵晓龙, 朱俊高, 王 平. 两种本构模型的土石坝应力变形分析比较[J]. 中国农村水利水电, 2018(1): 165-169, 173.  
 [12] 朱俊高, 周建方. 邓肯 E- $\nu$  模型与 E-B 模型比较[J]. 水利水电科技进展, 2008(1): 4-7.  
 [13] 朱俊高, 殷宗泽. 土体本构模型参数的优化确定[J]. 河海大学学报, 1996(2): 68-73.  
 [14] 赵博超. 心墙坝变形评价的概化安全指标研究[D]. 北京: 中国水利水电科学研究院, 2016.  
 [15] 张继宝, 陈五一, 李永红, 等. 双江口土石坝心墙拱效应分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(S1): 185-188.

(责任编辑 王利君)