

文章编号:1673-9469(2021)01-0020-06

DOI:10.3969/j.issn.1673-9469.2021.01.004

## 考虑土体不排水强度非平稳性对条形基础 承载力影响的可靠度分析

严柏杨<sup>1</sup>,张京伍<sup>2\*</sup>,朱德胜<sup>3</sup>,葛彬<sup>1</sup>,舒爽<sup>1</sup>

(1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室,江苏 南京 210098;2. 东华理工大学 土木与建筑工程学院,江西 南昌 330013;3. 扬州大学 建筑科学与工程学院,江苏 扬州 225009)

**摘要:** 采用随机有限元方法对考虑土体不排水抗剪强度空间变异性的条形地基承载力进行可靠度分析。使用随机有限元结合蒙特卡罗模拟的方法,分析了不排水抗剪强度的非平稳程度和相关距离对承载力均值和标准差的影响,计算并对比了各种参数组合条件下基础的失效概率和安全系数。结果表明,随着土体不排水抗剪强度非平稳程度的不断提高,基础承载力也不断提高;同时基础的承载力随着相关距离的增加先减小再增大。

**关键词:** 承载力;非平稳;不排水抗剪强度;随机有限元法

**中图分类号:** TU44

**文献标识码:** A

## Reliability Analysis of the Bearing Capacity of Strip Footings Considering the Non-stationary Characteristic of Soil Undrained Shear Strength

YAN Boyang<sup>1</sup>, ZHANG Jingwu<sup>2\*</sup>, ZHU Desheng<sup>3</sup>, GE Bin<sup>1</sup>, SHU Shuang<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing Jiangsu 210098, China; 2. College of Civil and Architectural Engineering, East China University of Technology, Nanchang, Jiangsu 330013, China; 3. College of Civil and Engineering, Yangzhou University, Yangzhou, Jiangsu 225009, China)

**Abstract:** Stochastic finite element method was used to analyze the reliability of the bearing capacity of strip footings considering the spatial variability of soil undrained shear strength. The influence of degree of non-stationarity and spatial correlation length on the mean and standard deviation of bearing capacity was analyzed by using stochastic finite element method combined with Monte Carlo simulation method. The failure probability and safety factor of foundation under various parameter combinations were calculated and compared. The results show that the bearing capacity of the strip footing increases with the increase of the degree of non-stationarity, and its bearing capacity decreases firstly and then increases with the increase of spatial correlation length.

**Key words:** bearing capacity; non-stationarity; undrained shear strength; random finite element method

基础的极限承载力一直是岩土工程界关注的热点问题,国内外众多学者在基础的承载力方面运用数值方法<sup>[1-2]</sup>,实验方法<sup>[3-4]</sup>和理论方法<sup>[5-6]</sup>进行了深入研究,并且获得了丰硕的成果。然而,在这些研究中土体的参数都被考虑成确定性的。由于沉积和沉积后的过程,即使在均匀土层内,土体

性质也会在空间上发生变化。土体性质的内在固有空间变异性是岩土工程不确定性的主要来源之一,对基础承载力有着重要的影响。近年来采用随机场理论来分析岩土工程相关问题已经越来越受到国内外学者的关注,例如陈朝晖等<sup>[7]</sup>分析了土的抗剪强度参数空间变异性对边坡稳定性的影

收稿日期:2020-11-02

基金项目:江西省桥梁结构重点实验室开放基金资助项目(JXBS202004);江苏省自然科学基金青年基金资助项目(BK20180934)

作者简介:严柏杨(1995-),男,山东淄博人,硕士研究生,从事基础承载力、生物岩土方面的研究。

\* 通讯作者:张京伍(1985-),男,安徽池州人,博士,讲师,从事桩基工程等方面的研究。

响,并与三种典型极限平衡法进行了对比;Griffiths 和 Fenton<sup>[8]</sup>建立了二维情况下基础不均匀沉降的随机有限元模型,并分析了相关距离和变异系数对基础不均匀沉降的影响。在地基承载力方面,倪红等<sup>[9]</sup>结合工程实例分析了土性参数特性对地基承载力可靠度指标的影响规律;张春会等<sup>[10]</sup>研究了黏土粘聚力的变异系数对条形基础地基承载力的影响。然而这些研究没有考虑到土体参数随着深度线性增加的变异趋势。Li 等<sup>[11]</sup>指出,使用土体不排水强度的平稳随机场不能准确地评估基础失效概率。在目前的文献中,鲜有非平稳随机场模型中基础极限承载力的分析。

本文以条形浅基础为例,探究土体不排水强度的非平稳性以及相关距离对极限承载力的影响。结合随机有限单元法与蒙特卡罗模拟,对条形基础的承载力和可靠性进行了分析,探讨了土体参数非平稳程度和相关距离对承载力随机响应的影响。从实际工程设计角度出发,给出了失效概率的变化规律和相应的安全系数取值。

## 1 随机场理论

本文以模拟土体不排水抗剪强度  $s_u$  的变异来分析极限承载力的随机响应问题。不排水抗剪强度的空间变异性一般用均值、变异系数和相关距离来表征。不排水抗剪强度的均值符合对数正态分布,并随着深度线性增长,满足如下关系:

$$s_u = s_{u0} + kz \quad (1)$$

式(1)中  $s_{u0}$  为土体表面的不排水抗剪强度, $k$  和  $z$  分别为非平稳系数和深度。 $s_{u0}$  的典型值在 0 到 10 kPa 之间, $k$  的取值范围在 0~3.5 kPa/m 之间<sup>[12]</sup>。变异系数的建议值在 10%~50%之间。目前文献中对不排水抗剪强度相关距离的阐述较少,本文选取各向同性的相关距离进行研究,采用的分析参数具体见表 1。

表 1 随机场模拟参数

Tab. 1 Summary of parameters used in the random finite element analysis

随机场参数	取值
$k/(kPa \cdot m)$	0, 1, 2, 3
$L/m$	1, 5, 10, 20, 40, 60
COV	30%

## 2 随机有限元模型

使用有限元软件 Abaqus 6.14 版本在二维平

面应变条件下建模并进行极限承载力的分析。如图 1 所示,假设条形基础为粗糙刚体,置于土层上部,宽度  $B=10\text{ m}$ ,高度  $H=1\text{ m}$ 。条形基础与土的接触面使用软件中的“tie”类型进行约束,确保基础与土体之间无相对位移。土体本构模型采用线性-弹性完全塑性本构模型,采用 Tresca 破坏准则。弹性响应由杨氏模量和泊松比定义,杨氏模量与不排水抗剪强度满足关系  $E=500s_u$ ,这样既不影响计算结果的准确性,同时又可以提高计算效率;泊松比设置为 0.495,以模拟无体积变化的不排水条件。

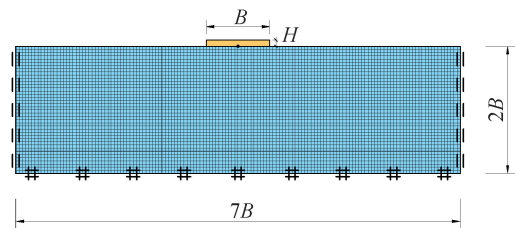


图 1 有限元模型

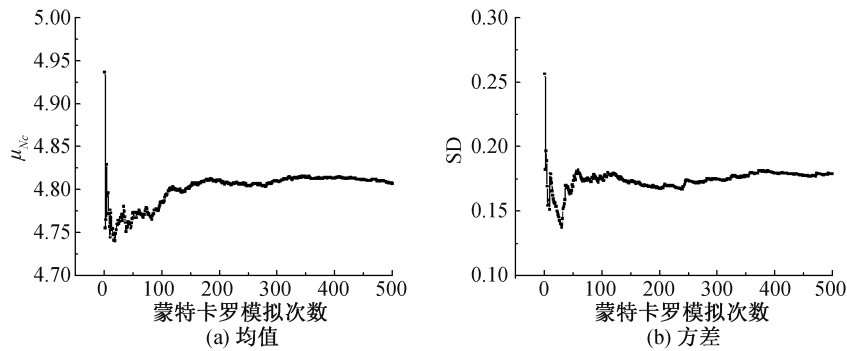
Fig. 1 Finite element model

土体区域模型高度为 20 m ( $2B$ ),宽度为 70 m ( $7B$ ),可以确保无明显的边界效应产生。土体左右边界被限制水平位移,下部边界的水平和竖向位移被同时限定。依据 Der Kiureghian 和 Ke<sup>[13]</sup>的研究结果,为了在随机有限元分析中保证结果的准确性,网格的尺寸不应超过水平或竖直相关距离的 0.5 倍。本文考虑的最小相关距离为 1 m,因此网格尺寸设定为 0.5 m×0.5 m,类型为四结点双线性平面应变减缩积分四边形单元。

以确定性情况下  $s_u=10\text{ kPa}$  为例来验证有限元模型的合理性。根据传统的承载力系数定义  $N_c=q/s_{u0}$  ( $q$  为计算得到的极限承载力),本文模型的结果为 5.37,比 Prandtl 解  $N_c=5.14$  高出了约 4%。与 Cassidy 等<sup>[14]</sup>的数值解  $N_c=5.28$  相比高出了约 1.6%,这主要是由于本文比较粗糙的网格划分导致的,进一步细化网格可以使结果更加接近于 Prandtl 解析解和 Cassidy 等<sup>[14]</sup>的数值解。

## 3 结果与讨论

蒙特卡罗模拟的次数对随机场结果的精度有很大的影响,为了获得较好的计算精度,本文所有工况采用 500 次蒙特卡罗模拟。图 2 以工况  $k=0$ ,  $L=1\text{ m}$  为例,展示了承载力系数随机响应的均值与方差随着蒙特卡罗模拟次数变化的规律。可以看出随着模拟次数的增加,承载力的均值与方差

图2  $k=0, L=1\text{ m}$  工况下蒙特卡罗模拟次数对承载力的影响Fig. 2 The effect of Monte Carlo simulations on bearing capacity when  $k=0, L=1\text{ m}$ 

约在第 350 次模拟时基本趋于平缓,由此可见本文采用的 500 次蒙特卡罗模拟完全可以获得良好的随机响应精度。

图 3 展现了不同相关距离对基础承载力系数的影响。图片纵轴为承载力系数,即承载力均值与之相对的确定性结果归一化之后的结果,可以看出当引入随机场进行分析后这些值均小于 1。随着相关距离的增大,承载力系数先减小再增大。对于不同非平稳程度,最小值均出现在  $L=10\text{ m}$  处,即相关距离与基础宽度相等,这与 Griffiths 等<sup>[8]</sup>的结果一致。相关距离较大时,土体参数局部平均效应的影响减弱,使得承载力得到了显著提升。

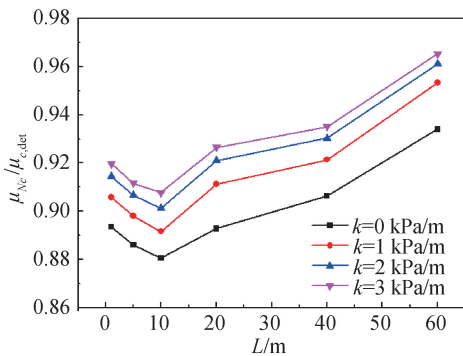


图3 相关距离对基础承载力系数的影响

Fig. 3 The effect of spatial correlation length on the foundation bearing capacity factor

不同非平稳程度对基础承载力的影响见图 4。承载力系数与非平稳程度呈现正相关趋势,土体不排水强度非平稳程度越高,承载力系数越大。这是由于基础下方土体的强度随着非平稳程度的提高而增大,导致了极限承载力的增加。

承载力标准差(SD)随着相关距离的变化如图 5 所示。可以看出在相关距离较小时,标准差几乎随着相关距离的增加而线性增加;对于较大的相

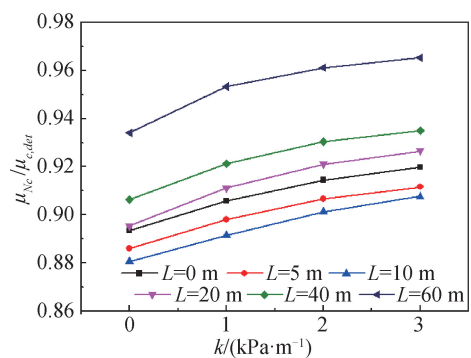


图4 非平稳程度对基础承载力系数的影响

Fig. 4 The effect of degree of non-stationarity on the foundation bearing capacity factor

关距离,曲线变得逐渐平缓,增长幅度明显减小。非平稳程度系数对标准差的影响也是十分显著的,相同的相关距离下,非平稳程度系数越大,标准差越大。主要原因是相关距离较小时,土体的不排水抗剪强度在较小的区域内波动剧烈,局部平均效应变得显著,导致承载力的标准差较低;相反,当相关距离较大时,基础下方土体可能出现较大区域的高强度土体或低强度土体,使得承载力的标准差变大。

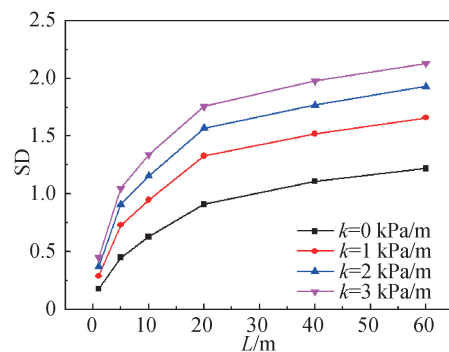


图5 承载力标准差与相关距离之间的变化规律

Fig. 5 The relation between the standard deviation of bearing capacity and spatial correlation length

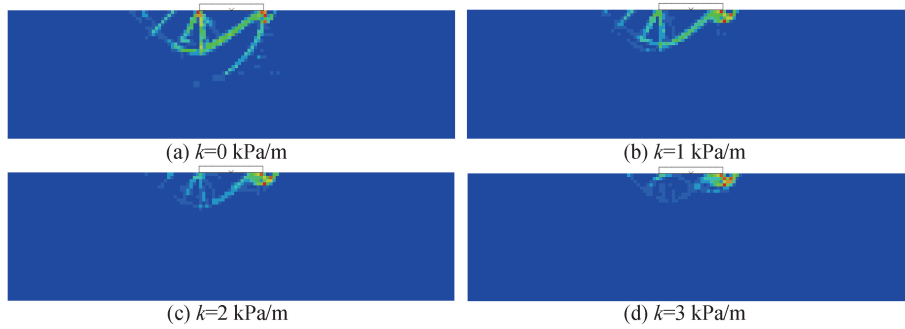


图 6  $L = 1 \text{ m}$  时典型破坏面云图

Fig. 6 Typical failure plane contours when  $L = 1 \text{ m}$



图 7  $k = 1 \text{ kPa/m}$  时典型破坏面云图

Fig. 7 Typical failure plane contours when  $k = 1 \text{ kPa/m}$

图 6 为相关距离  $L = 1 \text{ m}$  时的典型破坏面云图。为了使破坏面具有可比性,所有随机有限元实现中的随机场均来源于相同的基准场,即相同的随机模式但是不同的数值。比较图 6 中的四幅破坏面云图可以看出:随着非平稳程度的不断提高,破坏面的长度在不断减小,同时土体受影响区域面积也逐渐减小。以往研究表明,破坏面的长度、数量和破坏面穿过土体的强度与基础承载力有着密切的联系。虽然在  $k = 3 \text{ kPa/m}$  时破坏面长度最短,但是仍然拥有最高的承载力。

在同一非平稳程度下,不同相关距离对破坏面的影响见图 7。可以看出,随着相关距离变大,总体上破坏面的长度和数量也在增加。虽然图 7 (a) 中的破坏面长度相比其他三幅图要长,但是由于受局部平均效应的影响,基础下部软弱土层较多,使得其承载力与其他相关距离下相比较小。

图 8 给出了  $k = 1 \text{ kPa/m}$ ,  $L$  分别等于 5 和 40 m 时的承载力系数概率分布函数(PDF)。基于卡方拟合优度检验,可以用正态分布函数来表征所有相关情况下的分布。值得注意的是,  $L$  较小时的 PDF 曲线分布要比较大  $L$  时的 PDF 曲线窄。这种现象是可以预料到的,因为随着相关距离的增加,承载力因子的 COV 逐渐增大。

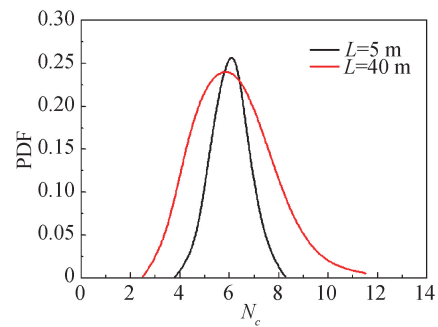


图 8  $k = 1 \text{ kPa/m}$  时的承载力系数概率分布函数(PDF)

Fig. 8 The probability distribution function of bearing capacity factor under the condition of  $k = 1 \text{ kPa/m}$

在传统的基础设计中,极限承载力是用不排水抗剪强度的平均值来计算的,而许用荷载是通过引入全局安全系数( $F_S$ )来计算的。通过引入安全系数的概念,当承载力系数服从正态分布时,其破坏概率可计算为:

$$p = (N_c < N_{c,det}/F_S) = \Phi \left[ \frac{N_{c,det}/F_S - \lambda_{N_c}}{\xi_{N_c}} \right] \quad (2)$$

式中,  $\Phi$  为对数正态累积分布函数;  $\lambda_{N_c}$  和  $\xi_{N_c}$  分别是取对数后承载力系数的平均值和标准差。

图 9 给出了不同安全系数下失效概率随着相关距离变化的规律。对比三张图可以看出,随着

安全系数的增加,失效概率不断地减小。在相同安全系数下,当 $L$ 在1到40 m之间时,失效概率不断增大;当 $L$ 大于40 m时,失效概率趋于平缓。

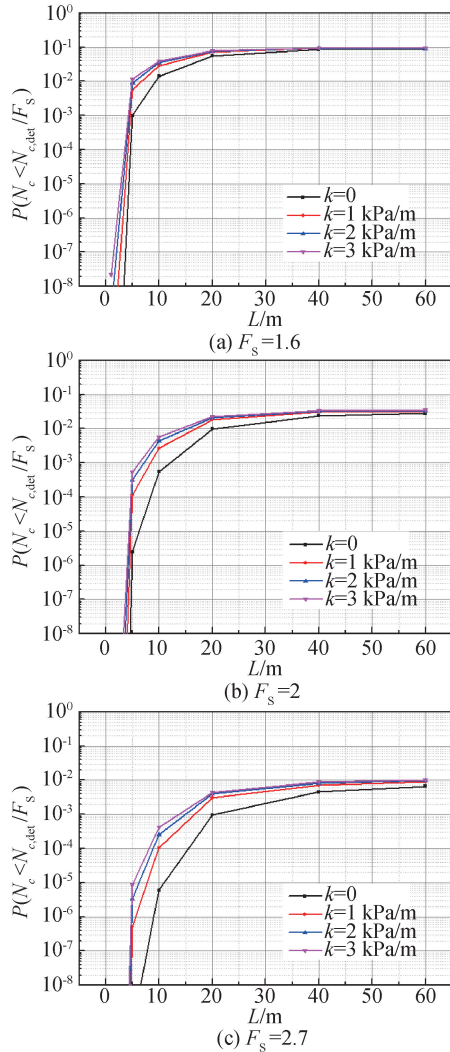


图9 失效概率随相关距离变化规律  
Fig. 9 The relation between the probability of failure and spatial correlation length

不同非平稳程度对失效概率的影响见图10。可以看出随着非平稳程度的提高,基础的失效概率在逐渐增大。工程中一般要求将基础的失效概率控制在 $10^{-3}$ 至 $10^{-2}$ 之间,当 $F_s = 2.7$ 时,即可满足工程设计要求。

#### 4 结论

1) 土体参数的非平稳性和相关距离对基础的承载力影响显著。随着非平稳程度的提高,基础的承载力逐渐增大。在相关距离小于基础宽度时,承载力逐渐减小,当相关距离大于基础宽度时,承载力随着相关距离的变大而变大。

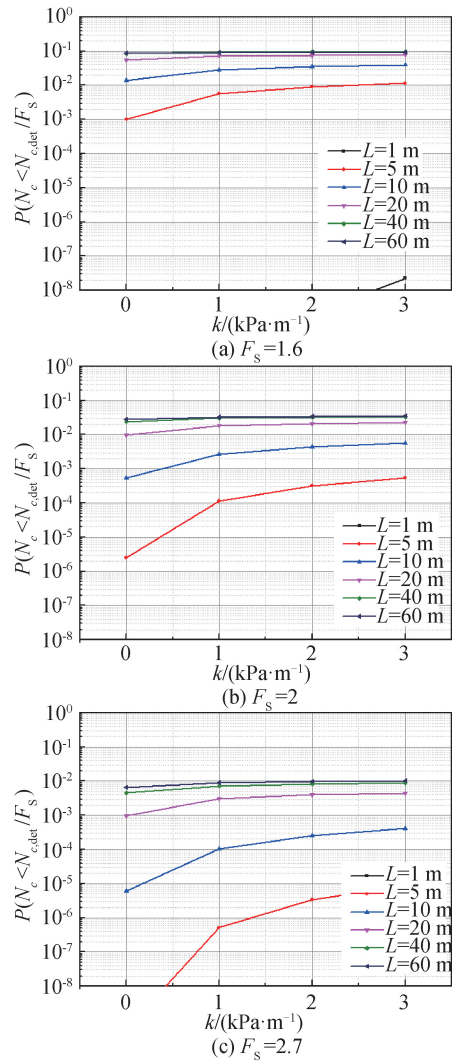


图10 失效概率随非平稳程度变化规律  
Fig. 10 The relation between the probability of failure and degree of non-stationarity

2) 总体来说,非平稳程度较大时,破坏面数量较少,分布较浅;相关距离越大,破坏面分布变广,破坏面的数量也相应增加。

3) 基础的失效概率与非平稳程度和相关距离成正相关的关系。在本文考虑的参数范围内基础设计选取安全系数等于2.7可以满足设计要求。

#### 参考文献:

[1] WANG C X, CARTER J P. Deep Penetration of Strip and Circular Footings into Layered Clays [J]. International Journal of Geomechanics, 2002, 2(2): 205-232.  
 [2] 吕玺琳, 薛大为. 土体软化条件下条形基础地基承载力数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(S2): 9-12.  
 [3] LU L, ARAI K, WANG Z, et al. Laboratory Model Test and Numerical Analysis of Bearing Capacity of Rigid Strip Footing on Slope [J]. Journal of Applied Mechanics Jscce,

2008, 11:399-410.

[4] 杨俊杰, 柳飞, 丰泽康男, 等. 土体软化条件下条形基础地基承载力数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2007(04): 477-483.

[5] 韩冬冬, 贾敏才, 刘开富, 等. 条形基础极限承载力数值分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(10): 2209-2214.

[6] KUMAR J, KHATRI V N. Bearing Capacity Factors of Circular Foundations for a General  $c-\phi$  Soil Using Lower Bound Finite Elements Limit Analysis [J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2011, 35(3): 393-405.

[7] 陈朝晖, 雷坚, 黄景华, 等. 考虑参数空间变异性的边坡稳定可靠度有限元极限分析[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(006): 985-993.

[8] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Probabilistic Foundation Settlement on Spatially Random Soil [J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(5): 381-390.

[9] 倪红, 刘新宇, 秦玉. 土性参数概率特性对地基承载力可靠度的影响[J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2004, 5(3): 67-69.

[10] 张春会, 徐晓攀, 赵全胜, 等. 基于随机有限元的条形基础地基承载力概率分析[J]. 河北科技大学学报, 2013, 34(5): 471-476.

[11] LI Dianqing, QI Xiaohui, CAO Zijun, et al. Reliability Analysis of Strip Footing Considering Spatially Variable Undrained Shear Strength that Linearly Increases with Depth[J]. Soils and Foundations, 2015, 55(4): 866-880.

[12] KOPPULA, SIVAJOGI D. On Stability of Slopes in Clays with Linearly Increasing Strength[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1984, 21(3): 577-581.

[13] DER KIUREGHIAN A, KE J B. The Stochastic Finite Element Method in Structural Reliability[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 1988, 3(2): 83-91.

[14] CASSIDY M J, UZIELLI M, TIAN Y. Probabilistic Combined Loading Failure Envelopes of a Strip Footing on Spatially Variable soil[J]. Computers and Geotechnics, 2013, 49: 191-205.

(责任编辑 王利君)

2020 年度《河北工程大学学报(自然科学版)》优秀作者名单(以期刊为序)

姓名	文章题目	期刊
覃涛, 冯云, 郭健, 等	三面围合盾构隧道底板注浆对地下通道结构的影响	第一期
陈素洁, 鞠琴, 郝振纯, 等	淮河流域近 70 年极端水文气象特征分析	第一期
赵双庆, 范文, 于宁宇	基于小波和 MK 检验的董志塬年降水量分析	第一期
朱其志, 徐云霞, 季晶晶, 等	饱和花岗岩水-力耦合力学特性试验研究	第二期
谢志清, 刘志武	南祁连盆地西段中上侏罗统沉积相特征与沉积演化	第二期
王超, 张玉丽, 李鸿旭	京津冀绿色创新效率与环境规制关系研究——以高技术产业和高耗能产业为例	第二期
陈亮, 张赏, 余旺, 等	室内二维弥散试验拖尾现象研究	第三期
刘栩, 程青松	准噶尔盆地侏罗系煤系烃源岩有机显微组成及意义	第三期
武立林, 钱卫, 刘瑾, 等	剑麻纤维/砂土复合材料三轴剪切强度特性	第四期
范来富, 曹先齐, 戴晶晶, 等	超疏水换热器抑霜/化霜性能的实验研究	第四期