

## 地震加速度放大对均质土坡稳定性的影响规律研究

姚宇浩<sup>1,2</sup>, 张飞<sup>1,2\*</sup>, 刘阳<sup>1,2</sup>, 贾世林<sup>1,2</sup>

(1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210024;

2. 河海大学 江苏省岩土工程技术工程研究中心, 江苏 南京 210024)

**摘要:** 基于极限分析上限理论, 采用拟静力法开展了考虑地震水平加速度放大的边坡稳定性分析。通过对比分析验证了该方法的有效性, 获得了地震边坡稳定性的最小上限解。针对坡底水平地震加速度和地震放大系数进行参数敏感性分析, 揭示了地震放大效应对边坡稳定性的影响规律。结果表明, 地震边坡稳定性随地震放大系数增加而降低, 同时边坡最危险滑动面随着地震放大系数增加而加深, 显著扩大了边坡滑动范围。最后, 根据地震边坡安全系数与无量纲参数的相关性, 建立了考虑地震加速度放大的边坡安全系数拟合公式, 便于实际工程快速评估地震放大效应对边坡稳定性的影响。

**关键词:** 极限分析; 拟静力法; 地震放大; 土质边坡; 稳定性分析

中图分类号: TU43

文献标识码: A

## Amplification Effects of Seismic Acceleration on Stability of Homogeneous Earth Slopes

YAO Yuhao<sup>1,2</sup>, ZHANG Fei<sup>1,2\*</sup>, LIU Yang<sup>1,2</sup>, JIA Shilin<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University,

Nanjing, Jiangsu 210024, China; 2. Geotechnical Engineering Research Center of Jiangsu Province,

Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210024, China)

**Abstract:** Based on the upper-bound theory of limit analysis, the pseudo-static method was carried out to assess the amplification effects of seismic acceleration on stability of homogeneous earth slopes. The least upper-bound solutions of seismic slope stability are determined and then compared with other results for verification of the presented method. A parametric sensitivity analysis is conducted for the horizontal seismic acceleration at the bottom of the slope and the seismic amplification coefficient to investigate their influences on slope stability. The results demonstrate that the stability of seismic slopes decreases with the increase of seismic amplification coefficient, while the most critical slip surface becomes deeper. Finally, according to the correlation between the factor of safety for seismic slope and dimensionless parameters, a fitting formula is established to calculate the factor of safety for slopes subjected to the seismic amplification. It is convenient for practical engineering to quickly evaluate the influence of seismic amplification effect on slope stability.

**Key words:** limit analysis; pseudo-static method; seismic amplification; earth slopes; stability analysis

地震强度在空间上存在很大的差异性, 这不仅与震中距离、震源深度有关, 还很大程度上受到

地形地貌等地质条件的影响。由于边坡所处地形较为突出, 地震波传播到该处发生动应力集

收稿日期: 2023-04-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52322808)

第一作者: 姚宇浩(2002—), 男, 江西抚州人, 硕士研究生, 主要从事岩土地震工程研究。

\* 通信作者: 张飞(1985—), 男, 江苏南京人, 博士, 教授, 主要从事岩土地震工程研究。

中,从而出现明显的斜坡地形放大效应<sup>[1]</sup>,具体表现为地震加速度沿边坡高度方向被不同程度地放大。受到放大效应的影响,边坡的稳定性进一步降低,滑坡的发育及变形程度更加剧烈<sup>[2]</sup>。因此,揭示地震加速度放大效应对边坡稳定性的影响规律对于边坡的安全设计以及安全性评估具有重要意义。

地震边坡响应及稳定性分析方法主要有:振动台模型试验、动力数值分析法、基于极限平衡<sup>[3-4]</sup>或极限分析的理论分析法。吴多华等<sup>[5-6]</sup>通过大型振动台物理模型试验,发现顺层岩体边坡在地震作用下的加速度动力响应具有高程放大效应。邓鹏<sup>[1]</sup>采用隐式动力有限单元法,得到单体边坡的地震动响应规律,并研究了单体边坡在不同的坡高和坡度条件下的放大效应;冯志仁等<sup>[7]</sup>利用FLAC3D数值软件建立了地震作用下含软弱夹层的顺层岩质边坡模型,分析了地震动峰值、频率、持时等因素对边坡放大效应的影响,王学伍等<sup>[8]</sup>对该研究做了进一步的补充,探究了加速度放大效应和软弱夹层区域加速度放大系数的变化规律;邢昊<sup>[9]</sup>利用数值模拟和统计回归的方法,得到了一系列反应谱谱放大的预测模型用于评估边坡的地震动地形效应;刘彪<sup>[10]</sup>通过编制计算程序对边坡地震动斜输入、地震沿边坡的放大效应等方面内容开展研究。振动台模型试验和动力数值方法虽然可以获得地震边坡的动力响应,但是难以揭示地震放大效应对边坡稳定性的影响,不能定量评估安全性。理论分析主要基于极限平衡和极限分析法,结合拟静力法将地震作用简化为一惯性力作用在滑动土体上,通过建立平衡方程获得地震边坡安全系数,可以定量评估地震边坡稳定性。但是,现有分析结果大多假定地震加速度沿边坡高度均匀分布,鲜有考虑地震放大条件下加速度沿坡高变化的边坡稳定性评价。

本文基于极限分析上限理论开展考虑地震加速度放大的边坡稳定性分析,采用拟静力法计算沿坡高水平加速度线性增大的地震力做功功率,根据能量平衡方程获得地震边坡稳定性的最小上限解。考虑不同影响因素(如边坡几何参数、土性参数、地震参数等)开展地震边坡稳定性的参数敏感性分析,揭示地震放大效应对边坡稳定性的影响规律,最后建立考虑地震放大效应的边坡安全系数计算方法。

## 1 考虑地震加速度放大的边坡稳定性极限分析上限理论

基于土体塑性力学的极限分析上限理论<sup>[9]</sup>,假设边坡土体均质、各向同性,土体抗剪强度遵循莫尔-库仑破坏准则。地震引起的滑动土体为刚性转动破坏,如图1所示。土体 $ABE$ 区域围绕转动中心 $O$ 点刚性转动,滑动面 $AE$ 又称为速度间断面,位于速度间断面右侧的土体处于静止状态。由于极限分析上限法需要满足相关联流动法则,滑动土体的速度矢量 $v$ 和滑动面 $AE$ 切线之间的夹角总是等于土体的内摩擦角 $\phi$ 。在此条件下,滑动面假定为一对数螺旋线,在极坐标下表示为

$$r(\theta) = r_0 e^{(\theta - \theta_0) \tan \phi} \quad (1)$$

式中: $(r_0, \theta_0)$ 为滑入点 $E$ 的极坐标; $\phi$ 为滑动面上任意点 $D$ 与 $O$ 点连线的水平夹角。对于给定边坡坡度 $\beta$ 和高度 $H$ ,该滑动面位置可以通过两个变量 $\theta_0$ 和 $\theta_h$ 确定,其中 $\theta_h$ 为 $OA$ 与水平方向的夹角。

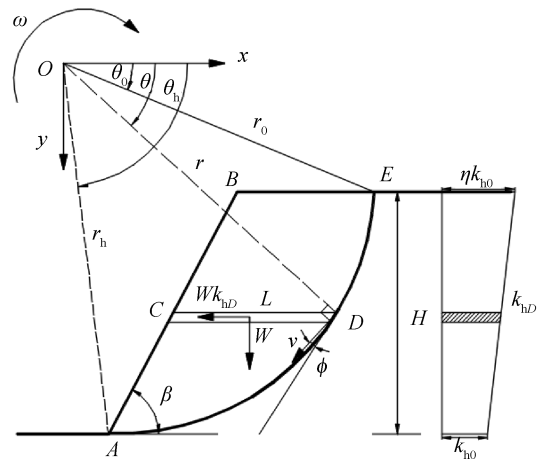


图1 地震边坡的转动破坏与加速度沿坡高分布

Fig. 1 Rotational failure mechanism of seismic slopes and seismic acceleration distribution along slope height

根据极限分析上限法的基本原理,滑动体上外力功率(土体自重功率 $W_y$ 和地震力功率 $W_s$ )与滑动面上内能耗散功率 $D$ 达到平衡时,表示为

$$W_y + W_s = D \quad (2)$$

其中,地震力的计算采用拟静力法,将地震力简化为水平向惯性力作用在滑动土体上。假设地震响应引起的边坡地震加速度沿坡高线性增大,边坡底部的水平地震加速度为 $k_{h0}g$ ,定义地震放大系数 $\eta$ ,则坡顶水平地震加速度系数为 $\eta k_{h0}g$ 。在转动中心 $O$ 建立如图1所示的直角坐标系,则 $A$ 、 $B$

点的坐标分别为  $(r_h \cos \theta_h, r_h \sin \theta_h)$ 、 $(r_h \cos \theta_h + H \cot \beta, r_h \sin \theta_h - H)$ ,  $OA$  长度为  $r_h = r_0 \exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi]$ 。根据几何关系可得到直线  $AB$  的表达式为

$$y = -\tan \beta (x - r_h \cos \theta_h) + r_h \sin \theta_h \quad (3)$$

取滑动体上水平方向的微元体  $CD$ , 滑动面上任意点  $D$  的坐标为  $(r \cos \theta, r \sin \theta)$ 。将  $D$  点的纵坐标代入式(3)中, 得到  $C$  点的水平坐标  $x_c = -(r \sin \theta - r_h \sin \theta_h) \cot \beta + r_h \cos \theta_h$ , 则  $CD$  的长度为

$$\begin{aligned} L_{CD} &= x_D - x_C \\ &= r_0 e^{(\theta - \theta_0) \tan \phi} \cos \theta + \frac{r \sin \theta - r_h \sin \theta_h}{\tan \beta} - r_h \cos \theta_h \end{aligned} \quad (4)$$

当  $D$  点沿着滑动面绕转动中心  $O$  顺时针转过一个微小的角度  $d\theta$  时, 经过的弧长微分  $dS = r_0 \exp[(\theta - \theta_0) \tan \phi] \sec \phi d\theta$ ,  $D$  点纵坐标的微分  $dy$  可表示为

$$\begin{aligned} dy &= \cos(\phi - \theta) dS \\ &= \frac{r_0 \cos(\phi - \theta) e^{(\theta - \theta_0) \tan \phi}}{\cos \phi} d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

则微元体面积等于  $L_{CD} dy$ 。微元质心处的速度矢量在  $x$  轴上的水平分量为

$$v_x = \omega r \sin \theta \quad (6)$$

根据地震加速度沿坡高线性增大特征, 作用在微元体上的地震加速度系数为

$$k_{hD} = k_{h0} - \frac{\eta - 1}{H} [r_0 e^{(\theta - \theta_0) \tan \phi} - r_0 \sin \theta_0] k_{h0} \quad (7)$$

根据几何关系, 得:

$$\frac{H}{r_0} = e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} \sin \theta_h - \sin \theta_0 \quad (8)$$

因此, 整个滑动土体上作用的地震力功率可以表示为

$$\begin{aligned} W_s &= \int_H \gamma k_{hD} L_{CD} v_x dy = \gamma \omega r_0^3 \times \\ &\int_{\theta_0}^{\theta_h} k_{hD}(\theta) L_{CD}(\theta) v_x(\theta) \frac{\cos(\phi - \theta) e^{(\theta - \theta_0) \tan \phi}}{\omega r_0^2 \cos \phi} d\theta \\ &= \gamma \omega r_0^3 f_s \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $\gamma$  为土体重度。

此外, 土体自重功率  $W_y$  与内能耗散功率  $D$  可分别表示为

$$W_y = \gamma \omega r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3) \quad (10)$$

$$D = \frac{c \omega r_0^2}{2 \tan \phi} [e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \phi} - 1] \quad (11)$$

其中  $f_1 - f_3$  的计算方法可参考文献[11]。

为了定量评价边坡的稳定性, 这里采用强度指标的储备作为安全系数定义<sup>[12]</sup>:

$$F = \frac{c}{c_m} = \frac{\tan \phi}{\tan \phi_m} \quad (12)$$

其中,  $c_m$  和  $\phi_m$  分别为极限状态下土体动用的粘聚力和内摩擦角。最后, 将式(9)一式(11)代入式(12)中, 整理可得到边坡稳定数表达式为:

$$\frac{c}{\gamma H F} = \frac{2 \tan \phi_m (f_s + f_1 - f_2 - f_3)}{[e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \phi_m} - 1] [e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \phi_m} \sin \theta_h - \sin \theta_0]} \quad (13)$$

为了求解上式的极值, 则需要通过优化方法对滑动面参数  $(\theta_0$  和  $\theta_h)$  进行搜索, 从而获得稳定性的最小上限解。要确定安全系数的最小上限解, 则需要迭代计算。计算过程中, 为了限制边坡仅发生坡脚破坏并满足运动学上的容许性要求, 需要设置约束条件:  $\theta_h > (\Pi - \beta)$ , 且  $\theta_h > \theta_0$ 。

## 2 计算结果验证

为了验证上述计算方法的有效性, 这里取一算例:  $c/(\gamma H \tan \phi) = 0.25$ , 内摩擦角  $\phi = 30^\circ$ , 在坡底水平地震加速度系数  $k_{h0} = 0.1$  的情况下, 分别计算了坡度  $\beta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  和  $90^\circ$ , 地震放大系数  $\eta$  分别为 1.0、1.5、2.0 和 2.5 的安全系数。随后, 将相同的参数带入到陈祖煜院士基于极限平衡条分法研发的 STAB 软件<sup>[13]</sup>中, 将两种方法得到的结果进行比较, 如表 1 所示。对比分析结果表明本文方法得到的计算结果与 STAB 得到的计算结果基本吻合, 从而验证了本文方法计算的准确性。

## 3 结果分析

### 3.1 地震加速度放大对边坡稳定数的影响规律

图 2 给出了在不同水平地震加速度放大系数时 ( $\eta = 1.0, 1.5, 2.0$  和  $2.5$ ) 的边坡稳定数随坡度的变化, 其中土体内摩擦角  $\phi$  取  $10^\circ, 20^\circ$  和  $30^\circ$ , 坡底水平向地震力系数  $k_{h0}$  取 0.1、0.2 和 0.3。可见边坡稳定数随坡度  $\beta$  和地震放大系数  $\eta$  增加而增大, 地震边坡稳定性降低。随着坡底水平地震加速度增大, 地震放大效应对边坡稳定性的影响更加显著。

表 1 算例安全系数结果对比分析

Tab. 1 Comparisons of the calculated  $F$  from the presented method and STAB software

坡度 $\beta/ (^{\circ})$	放大系数							
	$\eta=1.0$		$\eta=1.5$		$\eta=2.0$		$\eta=2.5$	
	本文方法	STAB 软件	本文方法	STAB 软件	本文方法	STAB 软件	本文方法	STAB 软件
45	1.660	1.665	1.605	1.612	1.550	1.572	1.497	1.504
60	1.361	1.355	1.318	1.317	1.275	1.279	1.233	1.242
75	1.110	1.103	1.075	1.070	1.039	1.039	1.004	1.004
90	0.878	0.876	0.847	0.837	0.817	0.816	0.786	0.782

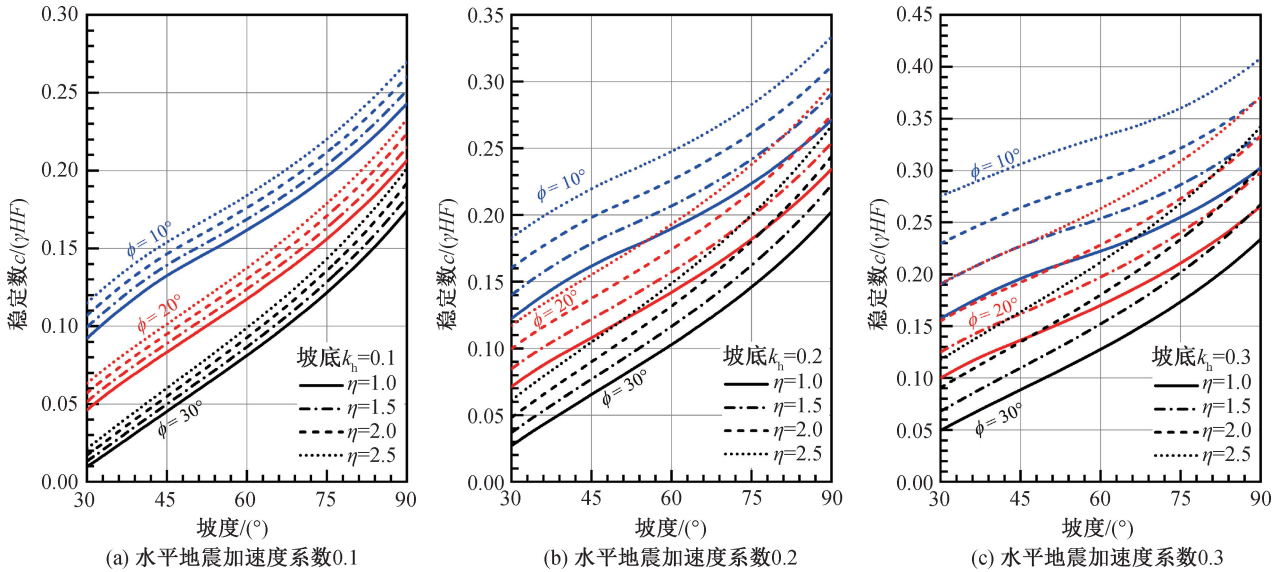


图 2 不同地震加速度放大系数下的边坡稳定数

Fig. 2 Stability number for different seismic acceleration amplification factors

### 3.2 地震加速度放大下边坡安全系数稳定图

参照 Michalowski<sup>[14]</sup>绘制的地震边坡稳定图形式,以无量纲稳定数  $c/(\gamma H \tan \phi)$  为横坐标、 $F/\tan \phi$  为纵坐标分别绘制了坡度  $\beta = 45^{\circ}$ 、 $60^{\circ}$ 、 $75^{\circ}$  和  $90^{\circ}$  安全系数计算的稳定图(图 3),图中考虑了不同的坡底水平地震加速度系数和放大系数。根据图 3 的计算结果,在实际工程中,只需要给定边坡参数:坡度  $\beta$ 、坡高  $H$ 、土体强度  $c$  和  $\phi$  以及水平地震加速度系数  $k_h$  和放大系数  $\eta$ ,就可以根据稳定图中的横坐标  $c/(\gamma H \tan \phi)$  值,读图找到纵坐标对应的  $F/\tan \phi$  值,从而不进行迭代计算就可以确定地震边坡安全系数。由稳定图结果可以看出,随着坡底地震加速度增加,地震放大效应对边坡稳定性的影响更加明显,尤其在  $c/(\gamma H \tan \phi)$  值较大的情况下。

此外,根据理论计算结果可见横坐标  $c/(\gamma H \tan \phi)$  值与纵坐标  $F/\tan \phi$  值呈现近似的线性关系,两者仅在  $c/(\gamma H \tan \phi)$  值较小(小于 1)情况存在非线性特征。针对这一规律对理论计算结果进行拟合,其表达式为

$$\frac{F}{\tan \phi} = A \left[ 1 - C \frac{(\eta + 1) k_h \tan \beta}{2} \right] \left( \frac{c}{\gamma H \tan \phi} \right)^{B/D} + \frac{1 - \frac{(\eta + 1) k_h \tan \beta}{2}}{\frac{(\eta + 1) k_h \tan \beta}{2}} \quad (14)$$

其中拟合系数  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  分别表示为

$$A = 10.5 \exp(-0.009\beta) \quad (15)$$

$B =$

$$\begin{cases} 0.72 - 3.5 \times 10^{-5} \beta^2 + 0.003 \beta & 0 < \frac{c}{\gamma H \tan \phi} \leq 1 \\ 0.83 - 2.2 \times 10^{-5} \beta^2 + 0.002 \beta & 1 < \frac{c}{\gamma H \tan \phi} \leq 3 \end{cases} \quad (16)$$

$$C = \frac{30 + (\eta - 1)(10k_h + 1)}{\beta} - 0.01\beta + 1.13 \quad (17)$$

$$D = (0.057\eta + 0.13)k_h + 1 \quad (18)$$

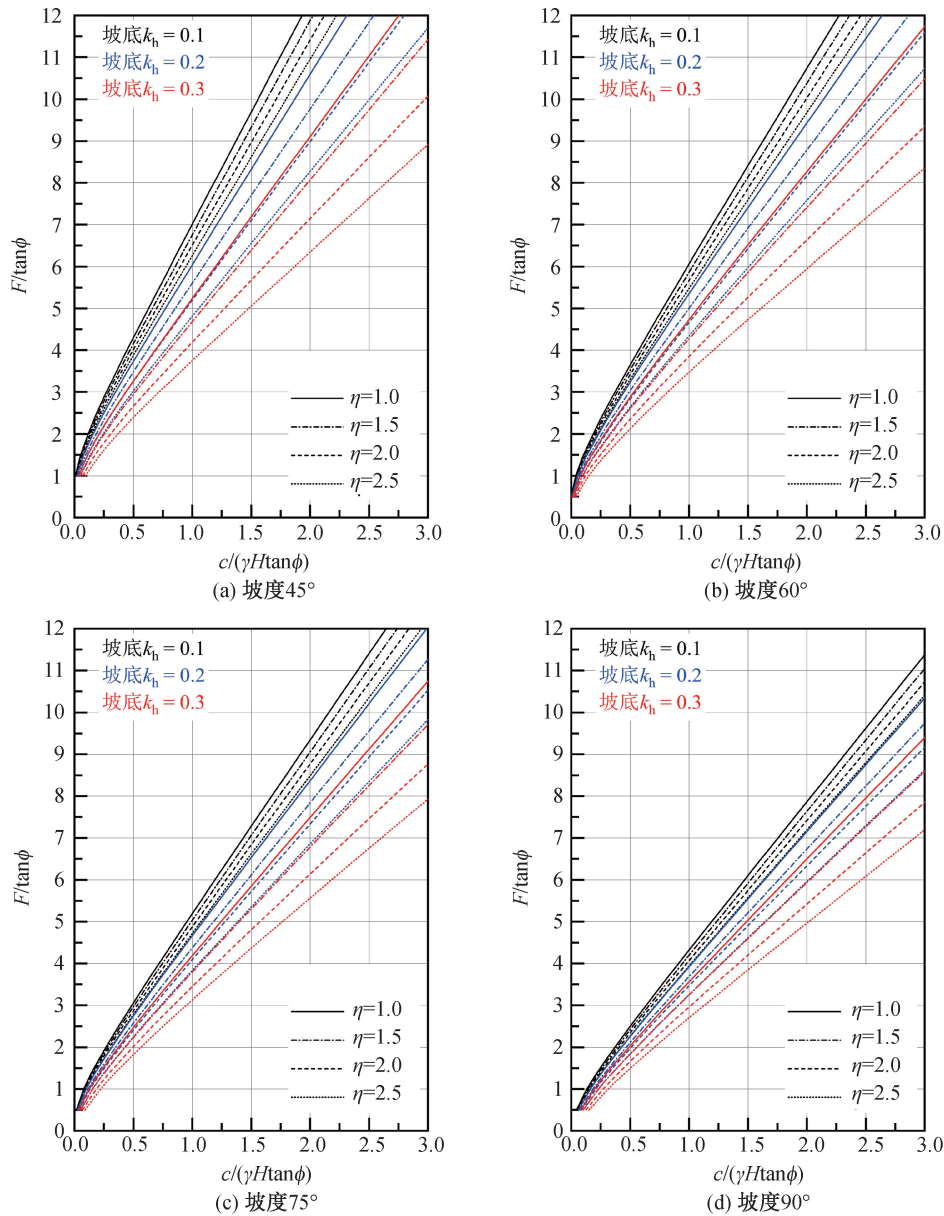


图 3 不同地震加速度放大系数下的边坡稳定图

Fig. 3 Stability charts for seismic slopes with different amplification factors

图 4 将上述拟合公式得到的结果与前文理论计算结果进行对比,可见两者误差较小,仅在  $c/(\gamma H \tan \phi)$  值很大时误差有所增加,从实用性角度考虑边坡对应的  $c/(\gamma H \tan \phi)$  值不会很大。为了进一步说明两者计算结果误差,取一算例边坡:坡度  $\beta=60^\circ$ 、内摩擦角  $\phi=30^\circ$ 、 $c/(\gamma H \tan \phi)=0.2$ ,坡底作用的水平地震加速度系数  $k_h=0.2$ ,表 2 给出了两种方式计算的安全系数结果。可见两种方式计算结果的误差随着放大系数增加而增大,总体误差可以控制在 2% 以内,可以用于实际工程。

采用上述算例,图 5 给出了不同地震加速度系数下的边坡最危险滑动面位置,可以发现地震边坡滑动面随着地震力放大系数  $\eta$  增大而逐渐加

深,坡顶处的滑入点位置逐渐远离坡肩位置,这样地震加速度放大效应会增大边坡滑动范围。

#### 4 结论

1) 地震边坡稳定性随地震放大系数增加而降低,当坡底水平地震加速度较大时地震放大效应对边坡稳定性降低尤为显著。

2) 边坡最危险滑动面随着地震放大系数增加而加深,坡顶滑入点位置逐渐远离坡肩,显著增大边坡滑动范围。

3) 地震边坡稳定性的  $c/(\gamma H \tan \phi)$  与  $F/\tan \phi$  值大致呈线性特征,通过建立拟合公式可以准确

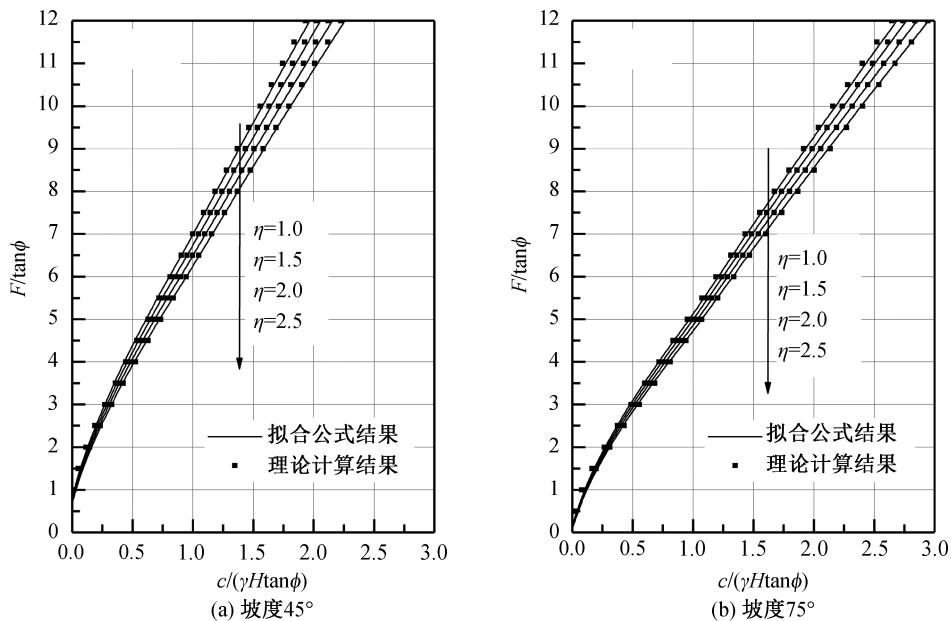


图4  $k_h = 0.1$  时稳定性上限解的理论计算结果与拟合公式结果对比

Fig. 4 Comparison of the results between the analytical method and the fitting formula ( $k_h = 0.1$ )

表2 算例边坡稳定安全系数结果对比

Tab. 2 Comparisons of the calculated  $F$  by the analytical method and the fitting formula

结果对比	静力	放大系数 $\eta = 1.0$	$\eta = 1.5$	$\eta = 2.0$	$\eta = 2.5$
理论计算	1.356	1.065	0.995	0.928	0.863
拟合公式	1.340	1.054	0.981	0.909	0.838
误差值/%	1.18	1.03	1.41	2.05	2.90

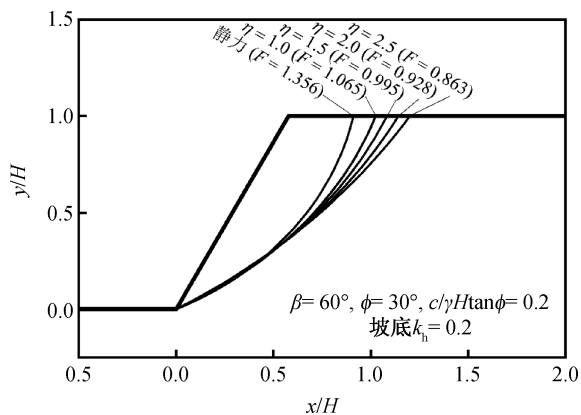


图5 不同地震加速度放大系数下的边坡最危险滑动面位置

Fig. 5 Location of the most critical slip surfaces of seismic slopes with different acceleration amplification factors

计算地震放大效应的安全系数,便于实际工程中快速评估地震放大效应对边坡稳定性的影响。

参考文献:

[1] 邓鹏. 单体边坡地形的地震动力响应及其放大效应的数值分析[J]. 地震学报, 2020, 42(3): 349-361+378.

DENG P. Numerical parametric study of seismic dynamic response and amplification effects of slope topography[J]. Acta Seismologica Sinica, 2020, 42(3): 349-361+378.

[2] 尤志明,邵东桥,丁保艳,等. 地震放大效应对滑坡稳定性计算的影响[J]. 山西建筑, 2022, 48(2): 80-82.

YOU Z M, SHAO D Q, DING B Y, et al. The influence of seismic amplification effect on landslide stability calculation[J]. Shanxi Architecture, 2022, 48(2): 80-82.

[3] 王虎,周云东,张书涵,等. 考虑张裂缝的地震边坡屈服加速度计算方法研究[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2018, 35(2): 39-43.

WANG H, ZHOU Y D, ZHANG S H, et al. Computation method of yield acceleration of seismic slope with tension crack [J]. Journal of Hebei University of Engineering (Natural Science Edition), 2018, 35(2): 39-43.

[4] 罗贵,万愉快,梁金航,等. 拟动力地震边坡稳定性分析三维极限平衡 Spencer 法研究[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2025, 42(1): 58-65.

LUO G, WAN Y K, LIANG J H, et al. Three-dimensional limit equilibrium Spencer method for stability analysis of quasi dynamic seismic slopes[J]. Journal of Hebei University of Engineering (Natural Science Edition), 2025, 42(1): 58-65.

[5] 吴多华,刘亚群,李海波,等. 地震荷载作用下顺层岩体边坡动力放大效应和破坏机制的振动台试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(10): 1945-1956.

WU D H, LIU Y Q, LI H B, et al. Shaking table tests on dynamic amplification and failure mechanism of layered rock slopes under seismic actions[J]. Chinese Journal of

- Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(10): 1945-1956.
- [6] 覃木庆, 范刚. 岩质边坡地震加速度放大效应研究[J]. 湖南交通科技, 2015, 41(1): 7-10.  
QIN M Q, FAN G. Study on amplification effects of seismic acceleration for rock slopes [J]. Hunan Communication Science and Technology, 2015, 41(1): 7-10.
- [7] 冯志仁, 刘红帅, 于龙. 地震作用下含软弱夹层顺层岩质边坡表面放大效应研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2014, 34(1): 96-100.  
FENG Z R, LIU H S, YU L. Surface amplification effect of bedding rocky slope with weak interlayer under earthquake [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2014, 34(1): 96-100.
- [8] 王学伍, 张彦君, 万驰, 等. 地震作用下含软弱夹层的顺倾岩质边坡加速度放大效应探究[J]. 水利与建筑工程学报, 2019, 17(3): 37-41.  
WANG X W, ZHANG Y J, WAN C, et al. Acceleration amplification effects of bedding rock slope with weak interlayer under earthquake [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2019, 17(3): 37-41.
- [9] 邢昊. 边坡地形的地震动放大效应预测模型研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2015.  
XING H. Modelling of response spectral amplification ratios from slope topography [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015.
- [10] 刘彪. 边坡地震动力放大与永久位移分析[D]. 北京: 中国水利水电科学研究院, 2019.  
LIU B. Seismic dynamic amplification and permanent displacement analysis of slope [D]. Beijing: China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2019.
- [11] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity [M]. Rotterdam, The Netherlands: Elsevier, 1975.
- [12] 郑颖人, 赵尚毅. 边(滑)坡工程设计中安全系数的讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2006(9): 1937-1940.  
ZHENG Y R, ZHAO S Y. Discussion on safety factors of slope and landslide engineering design [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006(9): 1937-1940.
- [13] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析: 原理·方法·程序 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.  
CHEN Z Y. Stability analysis of soil slopes: Principles, methods, programs [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2003.
- [14] MICHALOWSKI R L. Stability charts for uniform slopes [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(4): 351-355.  
(责任编辑 周雪梅)
- (上接第62页)
- [15] 陈博宇. 车辆荷载作用下钢箱梁曲线斜拉桥力学性能分析[D]. 石家庄: 石家庄铁道大学, 2024.  
CHEN B Y. Analysis of mechanical properties of steel box girder curved cable-stayed bridge under vehicle load [D]. Shijiazhuang: Shijiazhuang Tiedao University, 2024.
- [16] 王刘栓. 异形桥塔斜拉桥结构受力分析和施工监控研究[D]. 石家庄: 石家庄铁道大学, 2021.  
WANG L S. Research on structural stress analysis and construction monitoring of special-shaped pylon cable-stayed bridge [D]. Shijiazhuang: Shijiazhuang Tiedao University, 2021.
- [17] 肖军良, 张小江. 大跨径曲线斜拉桥主梁有限元模拟办法[J]. 公路交通科技(应用技术版), 2020, 16(2): 149-152.  
XIAO J L, ZHANG X J. Finite element simulation methods for the main girder of long-span curved cable-stayed bridges [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development (Application Technology Edition), 2020, 16(2): 149-152.
- [18] 谈世琪. 车-曲线桥耦合系统振动及动力学行为分析[D]. 石家庄: 石家庄铁道大学, 2021.  
TAN S Q. Vibration of vehicle-curved bridge coupling system and dynamic analysis [D]. Shijiazhuang: Shijiazhuang Tiedao University, 2021.  
(责任编辑 周雪梅)